

Algebry Banacha

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2023/24
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.28K.03629.23
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski
Poziom studiów studia drugiego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Profil studiów profil ogólnoakademicki		
Koordynator zajęć	Krzysztof Piszczek	
Prowadzący zajęcia	Krzysztof Piszczek	
Okres Semestr 4	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest wprowadzenie do teorii algebr Banacha oraz ciągłych homomorfizmów między nimi. Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami, językiem i faktami tej teorii oraz zilustrowanie jej przykładami zastosowań do wybranych zagadnień analizy funkcjonalnej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	Rozumie pojęcia algebry Banacha, domkniętej podalgebry oraz domkniętego ideału. Zna naturalne konstrukcje algebr Banacha. Zna własności grupy elementów odwracalnych.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	Zna definicję i podstawowe własności widma elementu w algebrze Banacha oraz jego promienia spektralnego. Rozumie holomorficzny rachunek funkcyjny i zna jego zastosowania do rozwiązywania problemów analizy funkcjonalnej. Zna definicję funkcjonału liniowo-multiplikatywnego.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	Rozumie pojęcie przemienności w algebrze Banacha. Zna charakteryzację ideałów maksymalnych w przemiennej algebrze Banacha. Zna definicję przestrzeni ideałów maksymalnych oraz transformaty Gelfanda. Zna pojęcie radykału algebry oraz algebry radykałowej.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	Zna pojęcie algebry z inwolucją oraz C^* -algebry. Zna definicję częściowego porządku oraz elementów: normalnego, samosprzężonego, dodatniego oraz unitarnego w C^* -algebrze. Rozumie ciągły rachunek holomorficzny dla C^* -algebr i wie, że jest to rozszerzenie holomorficznego rachunku funkcyjnego. Zna charakteryzację przemiennych C^* -algebr.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	Umie podać przykłady algebr Banacha, domkniętych podalgebr oraz domkniętych ideałów. Potrafi zbadać ciągłość mnożenia w danej algebrze. Potrafi konstruować nowe algebry Banacha z już istniejących.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	Potrafi wyznaczyć widmo podanego elementu algebry Banacha oraz obliczyć promień spektralny tego elementu. Umie stosować holomorficzny rachunek funkcyjny. W szczególności potrafi sprawdzić, czy w podanym kontekście można go zastosować.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	Potrafi podać przykłady przemiennych algebr Banacha oraz zweryfikować, czy mnożenie w podanej algebrze jest przemienne. Umie scharakteryzować przestrzeń ideałów maksymalnych oraz podać postać transformaty Gelfanda w naturalnych algebrach Banacha. Potrafi podać przykłady algebr radykałowych oraz wyznaczyć radykał podanej algebry Banacha.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	Potrafi podać przykłady C^* -algebr, jak również elementów: normalnego, samosprzężonego, dodatniego oraz unitarnego w tych algebrach. Umie zastosować ciągły rachunek funkcyjny w naturalnych kontekstach.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	jest gotów/gotowa zastosować zdobytą wiedzę i uzyskane umiejętności do rozwiązywania problemów świata realnego.	MAT_K2_K02, MAT_K2_K03, MAT_K2_K05, MAT_K2_K06, MAT_K2_K07	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Definicja i przykłady algebr Banacha. Podstawowe konstrukcje: ujedynkowanie, suma prosta, algebra ilorazowa. Grupa elementów odwracalnych.	W1, U1, K1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Widmo i promień spektralny elementu algebry Banacha - definicja i podstawowe własności. Twierdzenie Gelfanda-Mazura i wzór Gelfanda-Beurlinga. Holomorficzny rachunek funkcyjny i jego zastosowania. Funkcjonały liniowo-multiplikatywne i ich automatyczna ciągłość.	W2, U2, K1	Wykład, Ćwiczenia
3.	Przemienne algebry Banacha. Wzajemna jednoznaczność ideałów maksymalnych i funkcyjnych liniowo-multiplikatywnych. Transformata Gelfanda: definicja, przykłady i zastosowania. Radykał algebry.	W3, U3, K1	Wykład, Ćwiczenia
4.	Algebry z inwolucją i C^* -algebry: definicja i przykłady. Definicja i przykłady elementów: normalnego, samosprzężonego, dodatniego i unitarnego. Ciągły rachunek funkcyjny. Twierdzenie charakterystyczne Gelfanda-Naimarka dla przemiennych C^* -algebr.	W4, U4, K1	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład problemowy, Praca z tekstem, Metoda badawcza (dociekania naukowego)
Ćwiczenia	Dyskusja, Praca z tekstem, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem koniecznym przystąpienia do egzaminu jest wcześniejsze zaliczenie ćwiczeń. Egzamin pisemny. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5.0) - od 90% całkowitej liczby punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) - od 80% całkowitej liczby punktów, 3. dobry (db; 4) - od 70% całkowitej liczby punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) - od 60% całkowitej liczby punktów, 5. dostateczny (dst; 3) - od 50% całkowitej liczby punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2) - poniżej 50% całkowitej liczby punktów.
Ćwiczenia	Kolokwium pisemne. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5.0) - od 90% całkowitej liczby punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) - od 80% całkowitej liczby punktów, 3. dobry (db; 4) - od 70% całkowitej liczby punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) - od 60% całkowitej liczby punktów, 5. dostateczny (dst; 3) - od 50% całkowitej liczby punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2) - poniżej 50% całkowitej liczby punktów.

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Sołtysiak, Wstęp do teorii spektralnej, UAM, 2016.
2. W. Rudin, Analiza funkcjonalna, PWN, 2002.

Dodatkowa

1. R.V. Kadison, J.R. Ringrose, Fundamentals of the Theory of Operator Algebras. Vol. 1. Elementary Theory, AMS, 1983.
2. H.G. Dales, Banach Algebras and Automatic Continuity, Oxford University Press, 2000.
3. V. Runde, Amenable Banach algebras. A panorama, Springer, 2020.
4. T.W. Palmer, Banach Algebras and the General Theory of *-Algebras, Vol. 1. Algebras and Banach Algebras, Cambridge University Press, 1994.
5. G.K. Pedersen, C*-Algebras and Their Automorphism Groups, Academic Press, 1979.
6. M. Takesaki, Theory of Operator Algebras, Vol. 1, 2002.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	45
Przygotowanie do zajęć	45
Przygotowanie do egzaminu	15
Przygotowanie do zaliczenia	15
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 180
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K2_K02	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do formułowania adekwatnych pytań służących zrozumieniu danego tematu i identyfikacji brakujących elementów rozumowania
MAT_K2_K03	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze i bazach danych, także w językach obcych
MAT_K2_K05	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do krytycznego przyjmowania i weryfikacji twierdzeń i wniosków, a także do wskazywania braków w ich uzasadnieniu
MAT_K2_K06	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do wyrażania zdania i jego logicznego uzasadnienia w zagadnieniach, które używają matematyki jako języka opisu
MAT_K2_K07	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do zrozumienia społecznych aspektów praktycznego stosowania zdobytej wiedzy i umiejętności matematycznych oraz związanej z tym odpowiedzialności
MAT_K2_U02	Absolwent/ka potrafi przeprowadzać rozumowania matematyczne, dowodzenie twierdzeń, jak i weryfikację hipotez drogą doboru odpowiednich przykładów
MAT_K2_U04	Absolwent/ka potrafi określić swoje zainteresowania matematyczne, posiada umiejętności samodzielnego poszerzania wiedzy matematycznej
MAT_K2_U06	Absolwent/ka potrafi odnosić pojęcia matematyczne do niematematycznych kontekstów, w analizowanych problemach potrafi dostrzec i wykorzystać struktury formalne opisywane w wybranych działach matematyki
MAT_K2_U09	Absolwent/ka potrafi posługiwać się zaawansowanymi metodami i narzędziami przynajmniej z jednej dziedziny matematyki
MAT_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie klasyczne pojęcia z zakresu matematyki i jej zastosowań oraz najważniejsze metody i twierdzenia z głównych jej działów
MAT_K2_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę, znaczenie i zasady poprawnego prowadzenia rozumowań matematycznych oraz zna różne techniki dowodzenia
MAT_K2_W04	Absolwent/ka zna i rozumie specjalistyczne zagadnienia z wybranej dziedziny matematyki