



UNIWERSYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Algebra liniowa z zastosowaniami 2

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Informatyka Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia inżynierskie pierwszego stopnia Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2025/26 Kod zajęć 06INFS.34.04803.25 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty podstawowe
Koordynator zajęć	Barbara Kołodziejczak, Dominika Wojtera-Tyrakowska	
Prowadzący zajęcia	Barbara Kołodziejczak, Dominika Wojtera-Tyrakowska	
Okres Semestr 3	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną - Ćwiczenia w salach komputerowych: 15, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentek i studentów informatyki z zaawansowanymi zagadnieniami algebry liniowej i geometrii oraz metodami numerycznymi pozwalającymi na rozwiązywanie zadań z prezentowanej tematyki, jak również z przykładami zastosowań.

Wymagania wstępne

Algebra liniowa z zastosowaniami 1

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna metody pozwalające na przybliżone rozwiązywanie wybranych zagadnień matematycznych i rozumie ograniczenia wynikające z ich stosowania	INF_K3_W03	Test, Raport
W2	zna i rozumie twierdzenia algebry liniowej (m.in. Cayleya-Hamiltona, Jordana)	INF_K3_W01	Egzamin pisemny
W3	zna pojęcia przestrzeni i podprzestrzeni wektorowej, podprzestrzeni liniowej rozpiętej przez układ wektorów (powłoki liniowej układu wektorów), zna pojęcie bazy przestrzeni liniowej oraz macierzy przejścia z bazy do bazy	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
W4	zna pojęcia związane z zagadnieniem własnym i własności macierzy podobnych, zna własności spektralne wybranych klas macierzy	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
W5	rozumie potrzebę wyznaczania rozkładów macierzy (w tym rozkładów trójkątnych i SVD - według wartości szczególnych)	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Raport
W6	posiada wiedzę dotyczącą podstaw przestrzeni euklidesowych	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W7	zna definicję i własności norm wektorowych i macierzowych i potrafi wskazać ich zastosowanie	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Raport
W8	zna podstawy teorii form kwadratowych	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	stosuje poznane na zajęciach metody numeryczne do rozwiązywania zagadnień sformułowanych w języku algebry liniowej	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U05_inz, INF_K3_U06_inz	Test, Raport
U2	potrafi formułować i rozwiązywać zagadnienie własne, zna własności spektralne wybranych klas macierzy	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U04_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Raport
U3	potrafi sprawdzić, czy wektor należy do danej powłoki liniowej i zweryfikować, czy dane powłoki liniowe są równe; umie obliczyć jądro i obraz przekształcenia liniowego oraz wyznaczyć ich bazę i wymiar	INF_K3_U01_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi zweryfikować określoność form kwadratowych i wyznaczyć ich postacie kanoniczne	INF_K3_U01_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi sprawdzić, czy przekształcenie liniowe jest ortogonalne, czy macierz jest ortogonalna lub unitarna, podać własności macierzy ortogonalnej lub unitarnej	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U05_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Raport

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U6	potrafi sprawdzić, czy odwzorowanie jest normą wektorową; wylicza ogólnie znane normy wektorowe i macierzowe (dla małych wymiarów); stosuje normy wektorowe lub macierzowe do rozwiązywania wybranych zagadnień matematycznych	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U05_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Raport
U7	rozwiązuje układy liniowych równań algebraicznych opisane macierzą wysokiego stopnia	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U04_inz, INF_K3_U05_inz	Test, Raport
U8	potrafi odczytać informację zawartą w rozkładzie SVD (według wartości szczególnych) i zrekonstruować macierz wyjściową z użyciem minimalnej wymaganej liczby elementów macierzy rozkładu, podać zastosowania rozkładu SVD w matematyce i informatyce	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U05_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Raport

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Powłoka liniowa układu wektorów; twierdzenia związane z powłoką liniową układu wektorów; przykłady powłok liniowych. Macierz przekształcenia liniowego w bazach. Współrzędne obrazu wektora poprzez przekształcenie liniowe a macierz przekształcenia liniowego. Związek macierzy przekształcenia liniowego z macierzą przejścia z bazy do bazy. Definicja jądra i obrazu przekształcenia liniowego, wyznaczanie bazy jądra i obrazu przekształcenia liniowego.	W1, W3, U3	Wykład, Ćwiczenia
2.	Wartości i wektory własne. Wielomian i równanie charakterystyczne. Krotność algebraiczna i geometryczna wartości własnej. Przestrzeń własna. Promień spektralny. Zależności pomiędzy wyznacznikiem i śladem macierzy, a wartościami własnymi. Własności macierzy podobnych w kontekście zagadnienia własnego. Twierdzenie Cayleya-Hamiltona. Diagonalizacja macierzy. Twierdzenie Jordana. Wielomian minimalny i dzielniki elementarne. Metody iteracyjne obliczania wartości własnych.	W1, W2, W4, U1, U2	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
3.	Formy kwadratowe, badanie określoności. (+rozkład Cholesky'ego-Banachiewicza jako przykład poprawy algorytmu rozkładu macierzy na czynniki trójkątne w związku z jej dodatnią określonością.)	W5, W8, U4	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
4.	Przestrzenie liniowe z iloczynem skalarnym. Przekształcenia ortogonalne, unitarne. Normy wektorowe. Algorytm ortogonalizacji Grama-Schmidta. Normy macierzowe. Wskaźnik uwarunkowania zadania na przykładzie wskaźnika uwarunkowania macierzy.	W2, W6, W7, U5, U6	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
5.	Metody iteracyjne rozwiązywania układów liniowych równań algebraicznych.	W1, W7, U6, U7	Wykład, Ćwiczenia w salach komputerowych

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
6.	Wartości szczególne macierzy, rozkład SVD (według wartości szczególnych) i jego zastosowania.	W1, W5, W7, U6, U8	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Praca z tekstem
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa, Praca w grupach
Ćwiczenia w salach komputerowych	Metoda analizy przypadków, Metoda ćwiczeniowa, Metoda laboratoryjna, Metoda projektu, Praca w grupach

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest otrzymanie przed terminem egzaminu pozytywnej oceny z ćwiczeń oraz z ćwiczeń w salach komputerowych. Ocena końcowa zostanie wystawiona na podstawie egzaminu pisemnego i aktywności na wykładach w formie testów. Skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów dobry (db; 4,0) – od 70% punktów dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów
Ćwiczenia	Ocena końcowa zostanie wystawiona na podstawie dwóch kolokwii pisemnych (każde po 50%). Skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów dobry (db; 4,0) – od 70% punktów dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów
Ćwiczenia w salach komputerowych	Ocena końcowa zostanie wystawiona na podstawie rozwiązanych zadań i testów. Skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów dobry (db; 4,0) – od 70% punktów dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów

Literatura

Obowiązkowa

1. Banaszak G., Gajda W., Elementy algebry liniowej cz.1 i cz. 2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2002
2. Cohen M.X., Linear algebra, Theory, Intuition, Code, sincXpress, 2021
3. Kiusalaas J., Numerical methods in engineering with Python, Cambridge UP, 2010
4. Maćkiewicz A., Algorytmy algebry liniowej. Metody bezpośrednie, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2002
5. Zakrzewski M., Markowe wykłady z matematyki, algebra z geometrią, GiS, 2015

Dodatkowa

1. Sołtysiak A., Algebra liniowa, Wydawnictwo Naukowe UAM, 1999

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Ćwiczenia w salach komputerowych	15
Przygotowanie do zajęć	20
Przygotowanie raportu	5
Przygotowanie do zaliczenia	20
Przygotowanie do egzaminu	20
Czytanie wskazanej literatury	10
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
INF_K3_U01_inz	Absolwent/ka potrafi zastosować wiedzę matematyczną do formułowania, modelowania, analizowania i rozwiązywania prostych zadań związanych z informatyką
INF_K3_U04_inz	Absolwent/ka potrafi opracować, przeanalizować, zaprojektować klasyczne algorytmy i systemy informatyczne
INF_K3_U05_inz	Absolwent/ka potrafi pisać, uruchamiać i testować programy w wybranym środowisku programistycznym
INF_K3_U06_inz	Absolwent/ka potrafi ocenić, na podstawowym poziomie, przydatność metod i narzędzi informatycznych oraz wybrać i zastosować właściwą metodę i narzędzia do typowych zadań informatycznych
INF_K3_W01	Absolwent/ka zna i rozumie zaawansowane pojęcia z działów matematyki służące do modelowania i rozwiązywania problemów w informatyce
INF_K3_W03	Absolwent/ka zna i rozumie narzędzia, technologie i urządzenia informatyczne właściwe dla wybranych obszarów zastosowań oraz podstawy ich działania