

Krzywe algebraiczne

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2025/26
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.1400000PW.16876.25
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty do wyboru
Profil studiów profil ogólnoakademicki		
Koordynator zajęć	Wojciech Gajda	
Prowadzący zajęcia	Wojciech Gajda	
Okres Przedmioty do wyboru - semestr zimowy	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami, metodami i twierdzeniami dotyczącymi krzywych algebraicznych.

Wymagania wstępne

Podstawowa wiedza z zakresu algebry liniowej oraz algebry abstrakcyjnej (grupy, pierścienie, struktury ilorazowe).

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna podstawowe pojęcia geometrii algebraicznej związane z rozmaitościami afinicznymi i rzutowymi.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Egzamin ustny
W2	zna podstawowe własności i przykłady krzywych płaskich.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Egzamin ustny
W3	zna twierdzenie Bezouta oraz pojęcie indeksu przecięcia krzywych.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Egzamin ustny
W4	zna odpowiedniość pomiędzy krzywymi gładkimi i ciałami funkcyjnymi, oraz jej konsekwencje.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Egzamin ustny
W5	zna podstawowe pojęcia oraz twierdzenia związane z dywizorami oraz formami różniczkowymi na krzywej.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Egzamin ustny
W6	zna podstawowe pojęcia oraz fakty związane z krzywymi eliptycznymi, a także zastosowania krzywych algebraicznych.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Egzamin ustny
Umiejętności - Student/ka:			
U1	umie stosować podstawowe pojęcia i twierdzenia geometrii algebraicznej, również w zadaniach teoretycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U05	Kolokwium pisemne
U2	umie stosować podstawowe pojęcia i twierdzenia związane z krzywymi płaskimi, również w zadaniach teoretycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U05	Kolokwium pisemne
U3	umie stosować twierdzenie Bezouta oraz obliczać indeks przecięcia krzywych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U05	Kolokwium pisemne
U4	umie zastosować odpowiedniość pomiędzy krzywymi gładkimi i ciałami funkcyjnymi w zadaniach teoretycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U05	Kolokwium pisemne
U5	umie stosować podstawowe pojęcia oraz twierdzenia związane z dywizorami oraz formami różniczkowymi na krzywej, również w zadaniach teoretycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U05	Kolokwium pisemne
U6	potrafi posługiwać się krzywymi eliptycznymi, również w zadaniach teoretycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U08	Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Wprowadzenie do geometrii algebraicznej: rozmaitości afiniczne i rzutowe, pierścień współrzędnych, pierścień lokalny, ciało funkcyjne, określanie wymiaru rozmaitości za pomocą stopnia przestępności ciała funkcyjnego. Morfizmy i przekształcenia wymierne.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
2.	Algebraiczne krzywe płaskie: stopień, wielokrotność punktu, styczne. Pierścień lokalny punktu oraz uniformizator. Przykłady krzywych, w tym krzywe stożkowe i sześciennie.	W2, U2	Wykład, Ćwiczenia
3.	Twierdzenie Bezouta oraz indeks przecięcia krzywych.	W3, U3	Wykład, Ćwiczenia
4.	Odpowiedniość pomiędzy krzywymi gładkimi i ciałami funkcyjnymi.	W4, U4	Wykład, Ćwiczenia
5.	Dywizory, przestrzeń liniowa $L(D)$, twierdzenie Riemanna. Formy różniczkowe i różnikowania. Twierdzenie Riemanna-Rocha. Formuła Riemanna-Hurwitza.	W5, U5	Wykład, Ćwiczenia
6.	Zastosowania krzywych. Krzywe eliptyczne.	W6, U6	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa, Metoda laboratoryjna

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Zdanie egzaminu pisemnego oraz zaliczenie części ćwiczeniowej (kolokwia pisemne). Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej
Ćwiczenia	Egzamin pisemny. Zdobycie co najmniej 50% możliwych punktów. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej

Literatura

Obowiązkowa

1. W. Fulton, Algebraic curves, introduction to algebraic geometry, Benjamin 1969.

Dodatkowa

1. P. A. Griffiths, Introduction to algebraic curves, AMS 1989.
2. V. I. Danilov, V. V. Shokurov, Algebraic curves, algebraic manifolds and schemes, SV 1998.
3. H. M. Farkas, I. Kra, Riemann surfaces, SV 1992.
4. R. Hartshorne, Algebraic geometry, SV 1977.
5. W. Lutkenbohmert, Codierungstheorie, Vieweg 2003
6. C. Moreno, Algebraic curves over finite fields, CUP 1991.
7. H. Stichtenoth, Algebraic function fields and codes, SV 1993.
8. I. R. Szafarewicz, Basic Algebraic Geometry I, SV 1998.
9. J. H. Silverman, The Arithmetic of Elliptic Curves, Springer 2009

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	15
Przygotowanie do zajęć	15
Przygotowanie do egzaminu	30
Przygotowanie do zaliczenia	30
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem algebry liniowej oraz abstrakcyjnej i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi posługiwać się pojęciami i twierdzeniami geometrii i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi rozpoznawać i rozwiązywać problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozstrzygnąć z użyciem narzędzi matematycznych
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia algebry abstrakcyjnej i liniowej oraz geometrii