UNIWERSYTET IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

Wstęp do geometrii

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka **Specjalność** - **Jednostka organizacyjna** Wydział Matematyki i Informatyki **Poziom studiów** studia pierwszego stopnia **Forma studiów** studia stacjonarne **Profil studiów** profil ogólnoakademicki	**Cykl dydaktyczny** 2026/27 **Kod zajęć** 06MATS.11.16984.26 **Języki wykładowe** polski **Obligatoryjność** Obowiązkowy **Blok zajęciowy** Przedmioty podstawowe

Koordynator zajęć	Jolanta Marzec-Ballesteros
Prowadzący zajęcia	Piotr Maćkowiak

Okres	**Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia**	**Liczba punktów ECTS**
Semestr 1	• Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami, metodami i twierdzeniami geometrii analitycznej i algebry liniowej na przykładzie przestrzeni R^2 i R^3.
C2	Wyrobienie u studenta umiejętności posługiwania się metodami geometrii analitycznej i algebry liniowej do opisu i rozwiązywania problemów na płaszczyźnie R^2 i w przestrzeni R^3.
C3	Uświadomienie studentowi istnienia geometrii innych niż euklidesowa i ukazanie różnic między nimi.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy – Student/ka:			
W1	zna i rozumie podstawowe pojęcia geometrii analitycznej na płaszczyźnie i w przestrzeni, takie jak: punkt, wektor, prosta, płaszczyzna.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
W2	zna i rozumie pojęcia iloczynu skalarnego, wektorowego oraz mieszanego, a także ich zastosowanie.	MAT_K1_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
W3	zna i rozumie rachunek wektorowy i macierzowy w kontekście rozwiązywania problemów na płaszczyźnie i w przestrzeni.	MAT_K1_W01, MAT_K1_W02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
W4	zna przekształcenia płaszczyzny lub przestrzeni oraz ich własności.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
W5	zna klasyfikację izometrii płaszczyzny.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W6	zna krzywe stożkowe oraz przykłady powierzchni drugiego stopnia.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
W7	zna aksjomaty geometrii euklidesowej oraz ich konsekwencje.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W8	zna przykłady i własności geometrii nieeuklidesowych.	MAT_K1_W01, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
Umiejętności – Student/ka:			
U1	potrafi stosować iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany.	MAT_K1_U05, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
U2	potrafi opisać obiekty geometryczne na płaszczyźnie i w przestrzeni, a także ich przekształcenia, za pomocą równań oraz macierzy.	MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
U3	potrafi rozwiązać układ równań liniowych wybranymi metodami.	MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
U4	umie prowadzić proste rozumowania na płaszczyźnie lub w przestrzeni z wykorzystaniem pojęć i metod geometrii analitycznej i algebry liniowej.	MAT_K1_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test
U5	potrafi porównać geometrię euklidesową, rzutową, eliptyczną i hiperboliczną, również w niespecjalistycznym języku.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U12	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Pojęcie punktu i wektora, długość wektora, iloczyn skalarny, kąt między wektorami.	W1, W2, U1, U4	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
2.	Orientacja układu wektorów, iloczyn wektorowy, iloczyn mieszany, związek z polem równoległoboku i objętością prostopadłościanu, macierz Grama.	W2, U1, U4	Wykład, Ćwiczenia
3.	Równanie prostej na płaszczyźnie i w przestrzeni, równanie płaszczyzny, wzajemne położenie prostych i płaszczyzn, w tym odległość i kąt miedzy nimi.	W1, U2, U4	Wykład, Ćwiczenia
4.	Macierzowy opis układu równań liniowych, metody rozwiązywania układu równań liniowych, związek z liniową (nie)zależnością wektorów.	W3, U2, U3, U4	Wykład, Ćwiczenia
5.	Macierze jako przekształcenia liniowe płaszczyzny i przestrzeni: skalowanie, rzutowanie, symetrie, obroty; interpretacja sumy i iloczynu macierzy, macierz odwrotna.	W3, W4, U2, U4	Wykład, Ćwiczenia
6.	Przekształcenia afiniczne płaszczyzny, w tym translacja, podobieństwo.	W4, U2, U4	Wykład, Ćwiczenia
7.	Klasyfikacja izometrii płaszczyzny, izometrie przestrzeni.	W5	Wykład, Ćwiczenia
8.	Wektory i wartości własne przekształceń związanych z geometrią płaszczyzny i przestrzeni.	W4, U4	Wykład, Ćwiczenia
9.	Pojęcie bazy, przekształcenia płaszczyzny lub przestrzeni względem niestandardowej bazy.	W3, W4, U2, U4	Wykład, Ćwiczenia
10.	Krzywe stożkowe, przykłady powierzchni drugiego stopnia.	W6, U4	Wykład, Ćwiczenia
11.	Aksjomaty geometrii euklidesowej i ich konsekwencje.	W7	Wykład
12.	Elementy geometrii rzutowej, eliptycznej i hiperbolicznej.	W8, U4, U5	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny / interaktywny
Ćwiczenia	Uczenie problemowe (Problem-Based Learning, PBL), Rozwiązywanie zadań, Praca w grupach, Metoda odwróconej klasy (flipped classroom)

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Wykład kończy się pisemnym egzaminem. Do egzaminu mogą przystąpić jedynie osoby, które uprzednio uzyskały zaliczenie za ćwiczenia, tj. ocenę 3.0 lub wyższą. Uzyskanie oceny 2.0 z ćwiczeń w pierwszym terminie skutkuje uzyskaniem oceny 2.0 za pierwszy termin egzaminu. Brak zaliczenia ćwiczeń w terminie poprawkowym skutkuje oceną 2.0 z egzaminu w terminie poprawkowym. Skala ocen dla egzaminu jest następująca: [0%,50%) - nd/2.0 [50%,60%) - dst/3.0 [60%,70%) - dst pl/3.5 [70%,80%) - db/4.0 [80%,90%) - db pl/4.5 [90%,100%] - bdb/5.0 (%maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia)
Ćwiczenia	Obecność na ćwiczeniach jest obowiązkowa. W trakcie semestru odbędą się dwa pisemne kolokwia w trybie zwykłym (w okolicach połowy semestru i na jego końcu). Ocena z ćwiczeń, uzyskana po tych dwóch kolokwiach, wynika z następującej skali: [0%,50%) - nd/2.0 [50%,60%) - dst/3.0 [60%,70%) - dst pl/3.5 [70%,80%) - db/4.0 [80%,90%) - db pl/4.5 [90%,100%] - bdb/5.0 (%maksymalnej liczby punktów możliwych do zdobycia) W przypadku nieuzyskania pozytywnej oceny z ćwiczeń na podstawie dwóch kolokwiów w trybie zwykłym, prowadzący zajęcia wyznacza termin dodatkowego kolokwium obejmującego zakresem całość materiału. Ocena końcowa ustalana jest wtedy następująco: nd/2.0, gdy student uzyska na dodatkowym kolokwium mniej niż 50% punktów możliwych do zdobycia, lub dst/3.0 - w pozostałym przypadku. Prowadzący zajęcia może podwyższyć ocenę o 0.5 stopnia dla osób, które 1) wykazały się - w opinii prowadzącego zajęcia - sensowną merytorycznie aktywnością w trakcie zajęć oraz 2) łącznie zdobyły na pierwszych dwóch kolokwiach co najmniej 50% maksymalnej liczby punktów możliwych do uzyskania na tych kolokwiach.

Wykorzystanie narzędzi SI na zajęciach

Wykład

1. Metody i formy prowadzenia zajęć	
Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień	
Wykład konwersatoryjny / interaktywny	
2. Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć	
Egzamin pisemny	
Zasady wykorzystania narzędzi SI na zajęciach:	

Ćwiczenia

1. Metody i formy prowadzenia zajęć	
Uczenie problemowe (Problem-Based Learning, PBL)	
Rozwiązywanie zadań	
Praca w grupach	
Metoda odwróconej klasy (flipped classroom)	

2. Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć	
Kolokwium pisemne	
Test	
Zasady wykorzystania narzędzi SI na zajęciach:	

Literatura

Obowiązkowa

1. T. Banchoff, J. Wermer, "Linear Algebra Through Geometry", Springer, wyd. 2, 1992.
2. D. A. Brannan, M. F. Esplen, J. J. Gray, "Geometry", Cambridge University Press, wyd. 2, 2012.
3. F. Leja, "Geometria analityczna", PWN, 1970.
4. D. Poole, "Linear Algebra: A Modern Introduction", Cengage Learning, wyd. 4, 2015.
5. T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, "Algebra i geometria analityczna: przykłady i zadania", wyd. 4, 2008.

Dodatkowa

1. H. Anton, C. Rorres, "Elementary Linear Algebra: Applications Version", Wiley, wyd. 11, 2014.
2. K. Borsuk, "Geometria analityczna wielowymiarowa", PWN, 1977.
3. K. Borsuk, W. Szmielew, "Podstawy geometrii", PWN, 1975.
4. G. A. Jennings, "Modern Geometry with Applications", Springer, 1997.
5. A. Ramsay, R. D. Richtmyer, "Introduction to hyperbolic geometry", Springer, 1995.
6. M. Stark, "Geometria analityczna", Warszawa, 1967.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	**Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć**
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	40
Czytanie wskazanej literatury	10
Przygotowanie do zaliczenia	20
Przygotowanie do egzaminu	20
Łączny nakład pracy studenta	**Liczba godzin** 150
Liczba punktów ECTS	**ECTS** 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi posługiwać się formalizmem matematycznym przy definiowaniu pojęć, formułowaniu twierdzeń i budowie prostych modeli matematycznych
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem algebry liniowej oraz abstrakcyjnej i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi posługiwać się pojęciami i twierdzeniami geometrii i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi rozpoznawać i rozwiązywać problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozstrzygnąć z użyciem narzędzi matematycznych
MAT_K1_U12	Absolwent/ka potrafi formułować opinie na temat podstawowych zagadnień matematycznych i wytłumaczyć ich konsekwencje niespecjalistom
MAT_K1_W01	Absolwent/ka zna i rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w stopniu umożliwiającym stosowanie formalizmu matematycznego do rozwiązywania problemów z różnych obszarów wiedzy
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia algebry abstrakcyjnej i liniowej oraz geometrii