

Analiza matematyczna 3

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2023/24	
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.14K.00241.23	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Dariusz Bugajewski		
Prowadzący zajęcia	Dariusz Bugajewski		
Okres Semestr 3	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 60, Egzamin • Ćwiczenia: 60, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 10

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu Analiza matematyczna 3 jest przedstawienie rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych, w tym całek Riemanna, powierzchniowych i krzywoliniowych oraz zależnych od parametru.

Wymagania wstępne

Ukończone kursy Analiza matematyczna 1 i Analiza matematyczna 2.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	Zna strukturę liniową i metryczną przestrzeni euklidesowej oraz reprezentacje macierzową odwzorowania liniowego. Umie znajdować reprezentację macierzową konkretnego odwzorowania.	MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W2	Zna pojęcia pochodnej, pochodnej cząstkowej i kierunkowej oraz występujące pomiędzy nimi związki. Zna podstawowe własności pochodnych i funkcji różniczkowalnych. Rozumie co to są ekstrema funkcji i ekstrema warunkowe. Zna kryteria konieczne i dostateczne występowania ekstremów. Zna twierdzenia o funkcji uwikłanej i odwrotnej a także wzór Taylora.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W3	Zna pojęcie wielokrotnej całki Riemanna i jej własności w tym twierdzenie Lebesgue'a i twierdzenie Fubinię. Rozumie twierdzenie o zamianie zmiennych i jego znaczenie dla obliczania całek. Zna pojęcia miary Jordana. Potrafi przy pomocy całki obliczyć objętość i pole powierzchni.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W4	Zna pojęcia całki krzywoliniowej i powierzchniowej oraz ich związków z różniczkowaniem w tym twierdzenia Greena, Stokesa i Gaussa- Ostrogradskiego.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W07	Egzamin pisemny
W5	Zna pojęcie całki zależnej od parametru (właściwej i niewłaściwej). Zna własności tych całek.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
Umiejętności - Student/ka:			
U1	Umie zbadać ciągłość funkcji wielu zmiennych. Umie wyznaczyć granice ciągów w przestrzeni euklidesowej. Potrafi dokonywać operacji na macierzach.	MAT_K1_U06, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	Umie obliczać pochodne cząstkowe i kierunkowe funkcji i odwzorowań. Umie sprawdzić czy funkcja jest różniczkowalna w punkcie. Umie wyznaczać ekstrema funkcji i ekstrema warunkowe. Umie wyznaczyć płaszczyznę styczną do powierzchni gładkiej.	MAT_K1_U05, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	Umie obliczyć całkę Riemanna wybranych funkcji stosując definicję jak również twierdzenie Fubinię. Umie zastosować twierdzenie o zamianie zmiennych do obliczania całek wielokrotnych.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	Umie obliczać całki krzywoliniowe i powierzchniowe zorientowane i niezorientowane wybranych funkcji. Potrafi zastosować twierdzenia Greena, Gaussa- Ostrogradskiego i Stokesa.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	Potrafi sprawdzić zbieżność całek niewłaściwych. Potrafi badać własności funkcji zdefiniowanych przez całki zależne od parametru.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	1. Struktura liniowa i metryczna przestrzeni euklidesowej. 2. Przekształcenia liniowe i jego reprezentacja macierzowa. 3. Ciągłość funkcji wielu zmiennych i odwzorowań.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia
2.	1. Różniczkowalność i pochodna odwzorowań; twierdzenie o różniczkowaniu funkcji złożonej, twierdzenie o wartości średniej. 2. Pochodne cząstkowe, definicja i ich związek z pochodną odwzorowania; macierz Jacobiego. 3. Warunki konieczne i dostateczne różniczkowalności; reguła łańcuchowa. 4. Pochodna kierunkowa i gradient. 5. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów, twierdzenie Schwarza, wzór Taylora, ekstrema. 6. Współrzędne krzywoliniowe, płaszczyzna styczna do wykresu funkcji, wektor normalny, wektor styczny. 7. Twierdzenie o funkcjach uwikłanych, twierdzenie o funkcji odwrotnej. 8. Ekstrema warunkowe, mnożniki Lagrange'a.	W2, U2	Wykład, Ćwiczenia
3.	1. Całka po n-wymiarowym na przedziale; sumy dolna i górna, całki dolna i górna, kryterium całkowalności. 2. Zbiory miary Lebesgue'a zero i objętości zero. Oscylacja funkcji; oscylacja a ciągłość. 3. Twierdzenie Lebesgue'a o całkowalności funkcji ograniczonej. 4. Twierdzenie typu Fubiniego; całkowanie po zbiorach normalnych względem osi, sprowadzenie całki wielokrotnej do całki iterowanej. 5. Zbiory mierzalne w sensie Jordana; całka z funkcji ograniczonej po takim zbiorze. 6. Miara Jordana, zastosowania geometryczne całek wielokrotnych: objętość, pole powierzchni. 7. Dyfeomorfizmy, twierdzenie o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej. 8. Wielokrotne całki niewłaściwe. Całka Poissona.	W3, U3	Wykład, Ćwiczenia
4.	1. Całki krzywoliniowe zorientowane i niezorientowane. Twierdzenie Greena. 2. Nienależność całki krzywoliniowej od drogi. Całka różniczkowej zupełnej. 3. Całki powierzchniowe. Twierdzenia Stokesa i Gaussa-Ostrogradskiego.	W4, U4	Wykład, Ćwiczenia
5.	1. Całki z parametrem po przedziale zwartym; ciągłość, różniczkowalność, reguła Leibniza, całkowalność. 2. Niewłaściwe całki z parametrem: zbieżność jednostajna, kryteria Cauchy'ego, Weierstrassa, własności całek. 3. Funkcje beta i gamma Eulera.	W5, U5	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład problemowy
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Podstawą zaliczenia wykładu z Analizy matematycznej 3 jest egzamin pisemny, który trwać będzie 120 minut. Egzamin podzielony będzie na trzy części: - część pierwsza sprawdzać będzie wiedzę teoretyczną: znajomość twierdzeń, faktów, definicji, itp. bez uwzględnienia dowodów; - część druga sprawdzać będzie znajomość dowodów omówionych wyników; - celem części trzeciej będzie rozwiązanie kilku zadań związanych z podstawowymi zagadnieniami omawianymi w trakcie wykładów. Z każdej z wymienionych wyżej części egzaminu można uzyskać odpowiednio: 40, 20 oraz 40 punktów. Aby zdać egzamin należy uzyskać minimum 50 punktów. Osoby, które nie uzyskają 50 punktów mogą przystąpić do egzaminu poprawkowego. Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.
Ćwiczenia	Zaliczenie wszystkich kolokwii i sprawdzianów. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.

Literatura

Obowiązkowa

1. M.Spivak, Analiza na rozmaitościach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
2. A. Sołtysiak, Analiza matematyczna, cz. II i III, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004 (cz. II), 2000 (cz. III)
3. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, PWN, Warszawa, 1982.

Dodatkowa

1. H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, t. I, cz. 2 i t. II, cz. 1 Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2002 (t. I, cz. 2). 1999 (t. II, cz. 1).
2. J. Musielak, L. Skrzypczak, Analiza matematyczna, t. III, cz. 1, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2006.
3. G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. 1, 2 i 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2002 (t. 1 i 2), 2003 (t. 3)
4. R. Sikorski, Rachunek różniczkowy i całkowy. Funkcje wielu zmiennych, PWN, Warszawa, 1978.
5. F. Leja, Rachunek różniczkowy i całkowy ze wstępem do równań różniczkowych, PWN, Warszawa, 1979
6. W. Kołodziej, Analiza matematyczna, PWN, Warszawa, 1983

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
------------------------	---

Wykład	60
Ćwiczenia	60
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	35
Przygotowanie do egzaminu	45
Przygotowanie do zaliczenia	45
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 275
Liczba punktów ECTS	ECTS 10

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych oraz funkcji zmiennej zespolonej z uwzględnieniem rachunku granic, pochodnych i całek, a także stosować je w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretnej
MAT_K1_W07	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia z zakresu etyczno-prawnych aspektów ochrony własności intelektualnej, pracy naukowej i dydaktycznej