Wstęp do analizy nieliniowej

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka	**Cykl dydaktyczny** 2023/24
Specjalność -	**Kod zajęć** 06MATS.18K.03587.23
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki	**Języki wykładowe** polski
Poziom studiów studia pierwszego stopnia	**Obligatoryjność** Fakultatywny
Forma studiów studia stacjonarne	**Blok zajęciowy** Przedmioty kierunkowe
Profil studiów profil ogólnoakademicki	

Koordynator zajęć	Daria Bugajewska
Prowadzący zajęcia	Daria Bugajewska

Okres	**Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia**	**Liczba punktów ECTS**
Semestr 4	• Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Na tym przedmiocie skupimy się przede wszystkim na wykorzystaniu analizy matematycznej omawiając takie zagadnienia jak: transformację Laplace'a, funkcje o ograniczonej wariacji oraz funkcje okresowe i prawieokresowe. Wykład ten jest w szczególności przygotowaniem do bardziej zaawansowanego kursu Wybrane Zagadnienia Analizy Nieliniowej. Może on być również przydatny w nauce takich przedmiotów, jak Równania różniczkowe zwyczajne 2, Równania różniczkowe cząstkowe, Analiza harmoniczna czy Wybrane zagadnienia z zastosowań matematyki.

Wymagania wstępne

Znajomość podstaw analizy matematycznej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy – Student/ka:			
W1	zna definicję transformaty Laplace'a, twierdzenie o jej istnieniu, ciągłości.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	zna podstawowe własności transformaty Laplace'a (między innymi pierwsze i drugie twierdzenie translacyjne, twierdzenie o pochodnej dowolnego rzędu transformaty, twierdzenie o całkowaniu transformaty, twierdzenie o transformacie nieskończonego szeregu potęgowego, twierdzenie o transformacie pochodnej).	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	zna podstawowe twierdzenia dotyczące transformaty funkcji okresowej i splotu funkcji.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	zna podstawowe własności transformaty odwrotnej do transformaty Laplace'a, twierdzenie Lercha oraz twierdzenie o istnieniu transformaty rozwiązań niejednorodnych równań różniczkowych zwyczajnych n-tego rzędu.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W5	zna definicję wahania w sensie Jordana, jego własności (w tym twierdzenie Jordana o rozkładzie) oraz klasy funkcji o ograniczonej wariacji w tym sensie.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W6	zna przestrzeń Banacha funkcji o ograniczonej wariacji w sensie Jordana oraz zasadę wyboru Helly'ego.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W7	zna definicję ograniczonej wariacji w sensie Wienera i jej podstawowe własności oraz związek pomiędzy przestrzenią BV oraz WBV_p dla p≥1.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W8	zna definicję funkcji okresowej, mikrookresowej i ich własności. Zna twierdzenie o przybliżaniu ciągłej funkcji ciągiem ciągłych funkcji okresowych, twierdzenie o okresowości pochodnej danej funkcji oraz warunki równoważne dotyczące funkcji okresowej i jej funkcji pierwotnej.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W9	zna definicję funkcji jednostajnie prawieokresowych i ich własności.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W10	zna kryterium Bochnera dotyczące prawieokresowości. Zna podstawowe twierdzenia teorii funkcji prawieokresowych, między innymi twierdzenie o prawieokresowości granicy ciągu funkcji prawie okresowych, twierdzenie o prawieokresowości pochodnej danej funkcji, twierdzenie o prawieokresowości funkcji pierwotnej danej funkcji oraz twierdzenia o wartości średniej funkcji okresowej i prawieokresowej.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Umiejętności – Student/ka:			
U1	potrafi obliczać transformatę Laplace'a danej funkcji przy pomocy definicji oraz na bazie definicji dowodzić pewnych jej własności.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U03, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	potrafi obliczać transformatę Laplace'a danej funkcji stosując jej różne własności.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U03, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	potrafi obliczać transformatę odwrotną danej funkcji.	MAT_K1_U03, MAT_K1_U06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi rozwiązywać równania różniczkowe zwyczajne, układy równań różniczkowych zwyczajnych oraz równania całkowe metodą transformaty Laplace'a,	MAT_K1_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi obliczać wariację w sensie Jordana danej funkcji oraz dowodzić pewnych własności funkcji o ograniczonym wahaniu w sensie Jordana.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U03, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U6	potrafi określać okresowość (mikrookresowość) danej funkcji oraz uzasadniać własności funkcji okresowych.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U03, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U7	potrafi badać prawieokresowość danej funkcji oraz uzasadniać proste własności funkcji prawieokresowych	MAT_K1_U01, MAT_K1_U03, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Definicja transformaty Laplace'a, twierdzenie o jej istnieniu, ciągłości. Przykłady funkcji posiadających, jak i nieposiadających transformatę Laplace'a.	W1, W2, U1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Podstawowe własności transformaty Laplace'a (między innymi pierwsze i drugie twierdzenie translacyjne, twierdzenie o pochodnej dowolnego rzędu transformaty, twierdzenie o całkowaniu transformaty, twierdzenie o transformacie nieskończonego szeregu potęgowego, twierdzenie o transformacie pochodnej). Podstawowe twierdzenia dotyczące transformaty funkcji okresowej i splotu funkcji.	W2, W3, U2	Wykład, Ćwiczenia
3.	Podstawowe własności transformaty odwrotnej do transformaty Laplace'a, twierdzenie Lerch'a oraz twierdzenie o istnieniu transformaty rozwiązań niejednorodnych równan różniczkowych zwyczajnych n-tego rzedu.	W4, U3, U4	Wykład, Ćwiczenia
4.	Definicja wahania w sensie Jordana, jej własności (w tym twierdzenie Jordana o rozkładzie) oraz klasy funkcji o ograniczonej wariacji w tym sensie.	W5, U5	Wykład, Ćwiczenia
5.	Przestrzeń Banacha funkcji o ograniczonej wariacji w sensie Jordana oraz zasada wyboru Helly'ego.	W6	Wykład

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
6.	Definicja ograniczonej wariacji w sensie Wienera i jej podstawowe własności oraz związek pomiędzy przestrzenią BV oraz WBV_p dla $p\geq 1$.	W7	Wykład
7.	Definicja funkcji okresowej, mikrookresowej i ich własności. Twierdzenie o przybliżaniu ciągłej funkcji ciągiem ciągłych funkcji okresowych, twierdzenie o okresowości pochodnej danej funkcji oraz warunki równoważne dotyczące funkcji okresowej i jej funkcji pierwotnej.	W8, U6	Wykład, Ćwiczenia
8.	Definicja funkcji jednostajnie prawieokresowych i ich własności.	W9, U7	Wykład, Ćwiczenia
9.	Kryterium Bochnera dotyczące prawieokresowości. Podstawowe twierdzenia tej teorii, między innymi twierdzenie o prawieokresowości granicy ciągu funkcji prawie okresowych, twierdzenie o prawieokresowości pochodnej danej funkcji, twierdzenie o prawieokresowości funkcji pierwotnej danej funkcji oraz twierdzenia o wartości średniej funkcji okresowej i prawieokresowej.	W10, U7	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Ćwiczenia	Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda aktywizująca - "burza mózgów"

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń. Podstawą zaliczenia wykładu jest egzamin pisemny, który trwać będzie 120 minut. Egzamin podzielony będzie na dwie części: - część pierwsza sprawdzać będzie wiedzę teoretyczną: znajomość definicji, faktów oraz twierdzeń z dowodami, - część druga sprawdzać będzie umiejętność rozwiązywania zadań. Z każdej z wymienionych wyżej części egzaminu można uzyskać odpowiednio: 60 oraz 40 punktów. Aby zdać egzamin należy uzyskać minimum 50 punktów. Osoby, które nie uzyskają 50 punktów mogą przystąpić do egzaminu poprawkowego. Końcowa ocena z egzaminu zostanie wystawiona według następującej skali: bdb: 90-100 punktów db+: 80-89 punktów db: 70-79 punktów dst+: 60-69 punktów dst: 50-59 punktów ndst: 0-49 punktów

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Ćwiczenia	W trakcie semestru odbędą się dwa kolokwia, podczas których będzie można zdobyć po 50 punktów. W przypadku usprawiedliwionej nieobecności na kolokwium, student ma prawo do niego przystąpić w terminie uzgodnionym z prowadzącym. Końcowa ocena z ćwiczeń będzie zależała od sumy zdobytych punktów i zostanie wystawiona według następującej skali bdb: 90-100 punktów db+: 80-89 punktów db: 70-79 punktów dst+: 60-69 punktów dst: 50-59 punktów ndst: 0-49 punktów W przypadku uzyskania oceny niedostatecznej student ma prawo przystąpić do kolokwium poprawkowego obejmującego całość materiału omawianego na zajęciach, podczas którego będzie można zdobyć 100 punktów, a ocena zostanie wystawiona zgodnie z powyżej wymienioną skalą.

Literatura

Obowiązkowa

1. M. Borkowski, D. Bugajewska and P. Kasprzak, Selected topics in nonlinear analysis, Lecture Notes in Nonlinear Analysis, vol. 19, Nicolaus Copernicus University, Toruń, 2021.
2. J. Schiff, The Laplace transform, theory and applications, Springer-Verlag, New York, 1997.

Dodatkowa

1. J. Appell, J. Banaś, and N. Merentes, Bounded Variation and Around, De Gruyter Studies in Nonlinear Analysis and Applications, no. 17, De Gruyter, Berlin, 2014.
2. G.Doetsch, Introduction to the Theory and Application of the Laplace Transformation, Springer-Verlag, 1970.
3. S. Stoiński, Almost periodic functions, Scientific Publisher UAM, Poznań, 2008.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do egzaminu	30
Przygotowanie do zaliczenia	20
Przygotowanie do zajęć	15
Inne	25
Łączny nakład pracy studenta	**Liczba godzin** 150
Liczba punktów ECTS	**ECTS** 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych oraz funkcji zmiennej zespolonej z uwzględnieniem rachunku granic, pochodnych i całek, a także stosować je w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_U09	Absolwent/ka potrafi rozwiązywać podstawowe typy równań różniczkowych i ich układy
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretnej