

Analiza macierzowa

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Nauczanie matematyki i informatyki Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia pierwszego stopnia Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2024/25 Kod zajęć 06NMIS.18K.00218.24 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Fakultatywny Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Koordynator zajęć	Dominika Wojtera-Tyrakowska	
Prowadzący zajęcia	Dominika Wojtera-Tyrakowska	
Okres Semestr 4	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin; w tym zajęcia zdalne: - Wykład synchroniczny: 30 - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentek i studentów z wybranymi zagadnieniami analizy macierzowej.

Wymagania wstępne

Znajomość wybranych zagadnień ze wstępu do matematyki oraz ze wstępu do algebry i teorii liczb.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna pojęcie wektora i macierzy o elementach z różnych ciał oraz podstawowe działania na nich	NMI_K1_W02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	zna pojęcia macierzy układu liniowych równań algebraicznych, zbioru rozwiązań oraz rozumie metody rozwiązywania układów równań	NMI_K1_W02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	zna pojęcia przestrzeni liniowej wektorów, liniowej niezależności wektorów i bazy wektorów; zna pojęcia długości (normy) wektora o elementach z $\mathbb{R}^n$ i $\mathbb{C}^n$, iloczynu skalarnego wektorów w $\mathbb{R}^n$ oraz normy macierzy o elementach z $\mathbb{R}^{n \times n}$ i $\mathbb{C}^{n \times n}$	NMI_K1_W02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	zna pojęcie wyznacznika macierzy, sposoby jego obliczania oraz własności wyznacznika	NMI_K1_W02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W5	zna pojęcie macierzy odwrotnej oraz metody obliczania odwrotności macierzy nieosobliwych	NMI_K1_W02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W6	zna wybrane klasy macierzy oraz własności macierzy istotne z punktu widzenia danych zastosowań	NMI_K1_W02, NMI_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W7	zna podstawowe wyniki teorii Perrona-Frobeniusa	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W8	zna podstawowe typy równań macierzowych i metody ich rozwiązywania	NMI_K1_W02, NMI_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi wykonać działania na wektorach i macierzach oraz opisać wektor/macierz o wybranych własnościach	NMI_K1_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	rozwiązuje układy liniowych równań algebraicznych opisane macierzą niskiego stopnia	NMI_K1_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	oblicza wyznacznik i rząd macierzy niskiego stopnia, wyciąga wnioski o własnościach macierzy na podstawie jej wyznacznika lub rzędu	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi zdefiniować macierz odwrotną, odwracalną, osobliwą, nieosobliwą oraz obliczyć odwrotność macierzy nieosobliwej niskiego stopnia; potrafi podać własności macierzy odwracalnych	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	umie podać przykłady przestrzeni i podprzestrzeni liniowych; potrafi badać własności liniowych kombinacji wektorów	NMI_K1_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U6	potrafi z postaci macierzy odczytać informację istotną w wybranych zastosowaniach; umie zidentyfikować macierz z wybranej klasy i zna jej pewne zastosowania	NMI_K1_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U7	umie szacować promień spektralny macierzy i lokalizować wartości własne macierzy	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U8	rozwiązuje wybrane typy równań macierzowych	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Punkty i wektory w przestrzeni. Przekształcenie liniowe – intuicyjne wprowadzenie działań na wektorach i macierzach. Macierz kwadratowa, prostokątna, macierz transponowana, hermitowsko-sprzężona, jednostkowa (identycznościowa), zerowa, trójkątna górna, trójkątna dolna, pasmowa. Rachunek macierzowy. Iloczyn skalarny wektorów o współrzędnych rzeczywistych.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
2.	Układy liniowych równań liniowych – zapis macierzowy. Rozwiązywanie układów liniowych równań algebraicznych za pomocą operacji elementarnych wykonywanych na macierzy rozszerzonej układu. Postać zredukowana i całkowicie zredukowana macierzy, rząd macierzy. Tw. Kroneckera-Capellego. Macierz odwrotna, odwracalna, osobliwa, nieosobliwa. Odwrotność macierzy uzyskana za pomocą operacji elementarnych.	W2, W5, U2, U4	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
3.	Przestrzeń i podprzestrzeń liniowa. Przykłady podprzestrzeni przestrzeni $\mathbb{R}^n$. Układ wektorów, kombinacja liniowa układu wektorów. Wymiar podprzestrzeni, a rząd macierzy. Liniowa zależność i niezależność układu wektorów. Baza i wymiar przestrzeni liniowej, baza a wyznacznik i rząd macierzy. Norma pierwsza, euklidesowa i maksimum wektora i macierzy.	W3, U5	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
4.	Przekształcenie liniowe – formalna definicja. Przykłady przekształceń liniowych. Macierz przekształcenia liniowego.	W1	Wykład, Wykład synchroniczny
5.	Wyznacznik macierzy kwadratowej i jego własności. Twierdzenie Laplace'a. Schemat Sarrusa. Minory (główne, wiodące). Wykorzystanie wyznaczników do rozwiązywania układów liniowych równań algebraicznych (wzory Cramera).	W2, W4, U2, U3	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
6.	Kanoniczna postać Jordana	W6, U6	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
7.	Funkcje macierzowe	W6, U6	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
8.	Macierze o elementach nieujemnych	W7, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
9.	M-macierze, P-macierze, macierze stabilne	W6, U6	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
10.	Iloczyn Kroneckera macierzy, iloczyn Hadamarda macierzy, częściowe porządki w zbiorach macierzy, liniowe równania macierzowe	W8, U8	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
-------------	----------------------------------

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest otrzymanie przed terminem egzaminu pozytywnej oceny z ćwiczeń. Ocena końcowa zostanie wystawiona na podstawie egzaminu pisemnego. Skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów dobry (db; 4,0) – od 70% punktów dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów W przypadku uzyskania poniżej 50% punktów jest możliwość pisania egzaminu poprawkowego. Ocena zostaje wówczas wystawiona na analogicznych zasadach jak w przypadku egzaminu w pierwszym terminie.
Ćwiczenia	Ocena końcowa (w usos „termin 1”) zostanie wystawiona na podstawie dwóch kolokwii pisemnych (każde po 50%). Skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów dobry (db; 4,0) – od 70% punktów dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów W przypadku uzyskania poniżej 50% punktów z obu kolokwii łącznie każdej osobie przysługuje możliwość poprawy w postaci jednego kolokwium zaliczeniowego (zakres materiału zostanie wskazany przez osobę prowadzącą zajęcia) - w usos „termin 2”.

Literatura

Obowiązkowa

1. Banaszak G., Gajda W., Elementy algebry liniowej cz.1, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2002
2. R. Horn, C.R. Johnson, Topics in matrix analysis, Cambridge U.P., Cambridge, 1991
3. T. Kaczorek, Macierze i wektory w automatyce i elektrotechnice, WNT, 2008
4. Kajetanowicz P., Wierzejewski J., Algebra z geometrią analityczną, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008
5. Rutkowski J., Algebra liniowa w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN 2008

Dodatkowa

1. A. Berman, R. Plemmons, Nonnegative matrices in the mathematical sciences, Academic Press, New York, 1976
2. C.D. Meyer, Matrix analysis and applied linear algebra, SIAM, Philadelphia, 2000
3. Mitkowski W., Równania macierzowe i ich zastosowania, Wydawnictwo AGH, 2012
4. Zakrzewski M., Markowe wykłady z matematyki, algebra z geometrią, GiS, 2015

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30

Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	35
Przygotowanie do zaliczenia	25
Przygotowanie do egzaminu	40
Czytanie wskazanej literatury	20
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 180
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
NMI_K1_U02	Absolwent/ka potrafi posługiwać się metodami i aparatem pojęciowym algebry i teorii liczb oraz algebry liniowej i geometrii,
NMI_K1_U04	Absolwent/ka potrafi prowadzić matematyczne rozumowania i dokonywać złożonych obliczeń oraz wykazywać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego,
NMI_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia algebry i teorii liczb oraz algebry liniowej i geometrii,
NMI_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne oraz kontrprzykłady pozwalające obalić błędne hipotezy,
NMI_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie złożone zależności występujące w obrębie wiedzy matematycznej i informatycznej,