

Algebra liniowa 2

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia pierwszego stopnia Forma studiów studia niestacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2024/25 Kod zajęć 06MATN.12K.03580.24 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Koordynator zajęć	Dorota Blinkiewicz	
Prowadzący zajęcia	Dorota Blinkiewicz	
Okres Semestr 2	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 15, Egzamin; w tym zajęcia zdalne: - Wykład synchroniczny: 15 - Ćwiczenia: 15, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	przekazanie wiedzy z zakresu algebry liniowej, tj. zapoznanie studentów z pojęciami, metodami i twierdzeniami algebry liniowej oraz przygotowanie podstaw do innych przedmiotów matematycznych.

Wymagania wstępne

- znajomość zagadnień wprowadzonych w trakcie Algebry liniowej 1 na pierwszym semestrze, tj. m.in. rozwiązywanie

układów równań liniowych, teoria macierzy, teoria wyznaczników, teoria przestrzeni liniowych, przekształcenia liniowe;

- znajomość teorii mnogości oraz logiki matematycznej, formalizmu w matematyce w zakresie przedmiotu Wstęp do matematyki;
- znajomość arytmetyki w zakresie przedmiotu Wstęp do algebry i teorii liczb;
- znajomość podstaw analizy matematycznej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie podstawowe, jak i bardziej zaawansowane pojęcia i twierdzenia algebry liniowej.	MAT_K1_W01, MAT_K1_W02, MAT_K1_W03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi rozwiązywać zadania związane z macierzami przekształceń liniowych; wyznaczać jądra i obrazy przekształceń liniowych oraz znajdować ich bazy i wymiary.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	potrafi rozwiązywać problemy związane z przestrzeniami ilorazowymi, m. in. stosować i twierdzenie o izomorfizmie, wyznaczać warstwy itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U05, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	potrafi rozwiązywać zagadnienie własne dla macierzy kwadratowych, jak również dla endomorfizmów liniowych; sprawdzać czy dana przestrzeń jest niezmiennicza względem endomorfizmu; sprowadzać macierze do postaci diagonalnej i wykorzystywać to przedstawienie macierzy; sprowadzać macierze do postaci normalnej Jordana i wykorzystywać to przedstawienie	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi rozwiązywać problemy związane z formami dwuliniowymi/hermitowskimi m.in. znajdować ich radykały, ich reprezentacje macierzowe itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi rozwiązywać problemy wykorzystując iloczyn skalarny, m.in. wyznaczyć rzut prostopadły wektora na podprzestrzeń w przestrzeni unitarnej, stosować algorytm ortogonalizacji Grama-Schmidta, znajdować dopełnienie ortogonalne podprzestrzeni przestrzeni unitarnej itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U6	potrafi rozwiązywać zadania związane z formami kwadratowymi, m. in. doprowadzić formę do postaci kanonicznej metodą Lagrange'a i Jacobiego, sprawdzić określoność formy o współczynnikach rzeczywistych, znaleźć macierz formy kwadratowej itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U7	potrafi dowodzić i formułować podstawowe, jak i bardziej zaawansowane fakty i twierdzenia algebry liniowej oraz formułować podstawowe, jak i bardziej zaawansowane definicje algebry liniowej.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U05, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Macierz przekształcenia liniowego, jądro i obraz przekształcenia liniowego, własności jądra i obrazu. Przestrzenie przekształceń liniowych.	W1, U1, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
2.	Przestrzeń ilorazowa, I twierdzenie o izomorfizmie dla przestrzeni liniowych	W1, U2, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
3.	Zagadnienie własne dla macierzy kwadratowych oraz endomorfizmów skończenie wymiarowych przestrzeni liniowych. Diagonalizacja macierzy	W1, U3, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
4.	Forma dwuliniowa, forma hermitowska, radykał lewo- i prawostronny formy, macierz formy w bazie	W1, U4, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
5.	Iloczyn skalarny, przestrzeń euklidesowa i unitarna, algorytm ortogonalizacji Grama-Schmidta	W1, U5, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
6.	Forma kwadratowa, macierz formy. Sprowadzanie formy kwadratowej do postaci kanonicznej.	W1, U6, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
7.	Formy kwadratowe o współczynnikach rzeczywistych i ich określoność, diagonalizacja macierzy symetrycznych o współczynnikach rzeczywistych.	W1, U3, U6, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
8.	Postać Jordana macierzy.	W1, U3, U7	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy, Dyskusja, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"
Ćwiczenia	Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	W sesji egzaminacyjnej odbędzie się egzamin pisemny (maksymalnie do zdobycia 100 punktów). Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny (3.0). Obowiązuje następująca skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 90 punktów; dobry plus (+db; 4,5): powyżej 80 punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 70 punktów; dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 60 punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50 punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 50 punktów lub mniej.

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Ćwiczenia	Obecność na ćwiczeniach jest obowiązkowa. W trakcie semestru odbędą się dwa kolokwia, za każde będzie można zdobyć 100 punktów maksymalnie. Nieusprawiedliwienie nieobecności na kolokwium skutkuje otrzymaniem za nie zera punktów. Prowadzący może nagradzać studentów punktami za aktywność, które będą na końcu doliczane do otrzymanych punktów z kolokwiów. O ocenie końcowej zadecyduje suma zdobytych punktów wg następującej skali: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 180 (90%) punktów; dobry plus (+db; 4,5): powyżej 160 (80%) punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 140 (70%) punktów; dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 120 (60%) punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 100 (50%) punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 100 (50%) punktów lub mniej. Jeśli student nie zaliczy ćwiczeń, to na końcu semestru odbędzie się kolokwium poprawkowe (na 100 punktów).

Literatura

Obowiązkowa

1. Grzegorz Banaszak, Wojciech Gajda, Elementy Algebry Liniowej cz.1, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2002
2. Grzegorz Banaszak, Wojciech Gajda, Elementy Algebry Liniowej cz.2, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2002
3. Jerzy Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2008

Dodatkowa

1. William A. Adkins, Steven H. Weintraub, Algebra: An Approach Via Module Theory, GTM 136, Springer, 1992, 1999
2. Aleksiej I. Kostrikin, Wstęp do algebry 2, Algebra liniowa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2004, 2021
3. Aleksiej I. Kostrikin, Zbiór zadań z algebry, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2005, 2020

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	15
Ćwiczenia	15
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do zaliczenia	30
Przygotowanie do egzaminu	30
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii
MAT_K1_W01	Absolwent/ka zna i rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów