



Matematyka 2

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

| | |
|--|--|
| Kierunek studiów Astronomia | Cykl dydaktyczny 2023/24 |
| Specjalność - | Kod zajęć 04ASTS.120.02143.23 |
| Jednostka organizacyjna Wydział Fizyki | Języki wykładowe polski |
| Poziom studiów studia pierwszego stopnia | Obligatoryjność Obowiązkowy |
| Forma studiów studia stacjonarne | Blok zajęciowy Przedmioty ogólne |
| Profil studiów profil ogólnoakademicki | |
| Koordynator zajęć | Aneta Sikorska-Nowak |
| Prowadzący zajęcia | Aneta Sikorska-Nowak |
| Okres Semestr 2 | Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Ćwiczenia: 60, Zaliczenie z oceną |
| | Liczba punktów ECTS 5 |

Cele kształcenia dla zajęć

| Kod | Cel |
|-----|---|
| C1 | Przekazanie wiedzy z zakresu teorii ciągów i szeregów funkcyjnych, w tym szeregów potęgowych i szeregów Fouriera. |
| C2 | Zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami algebry liniowej. |

Wymagania wstępne

Wiedza z zakresu przedmiotu: Matematyka 1

Efekty uczenia się dla zajęć

| Kod | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie | Efekty uczenia się dla kierunku | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|-----------------------------------|---|---------------------------------|--|
| Wiedzy - Student/ka: | | | |
| W1 | zna definicję zbieżności jednostajnej ciągów i szeregów funkcyjnych. Widzi różnicę pomiędzy zbieżnością jednostajną a punktową. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| W2 | zna pojęcie szeregu potęgowego, rozumie dlaczego obszar jego zbieżności ma taki a nie inny kształt i rozpiętość, zna twierdzenie Abela o granicy szeregu potęgowego w punktach brzegowych przedziału zbieżności, zna rozwinięcie w szereg potęgowy ważniejszych funkcji, zna twierdzenie o całkowaniu i różniczkowaniu szeregów potęgowych i zastosowanie tych reguł do obliczania wartości niektórych liczb. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| W3 | zna pojęcie szeregu Fouriera, zna wzory Eulera-Fouriera, całkę Dirichleta, zasadę lokalizacji, zna twierdzenie o zbieżności punktowej szeregu. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| W4 | zna podstawowe rodzaje macierzy, działania na macierzach, w tym przekształcenia elementarne na macierzach, zna pojęcie macierzy odwrotnej oraz warunki odwracalności macierzy, zna podstawowe własności wyznacznika macierzy oraz pojęcie rzędu macierzy. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| W5 | zna postać algebraiczną oraz macierzową układu równań liniowych, zna metody macierzowe ich rozwiązywania, rozumie Twierdzenie Kroneckera-Capellego. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| W6 | zna pojęcie przestrzeni i podprzestrzeni liniowej, potrafi posługiwać się kombinacjami liniowymi wektorów, zna pojęcie liniowej niezależności układu wektorów i pojęcie rozpinania przestrzeni liniowej przez układ wektorów, zna pojęcie bazy przestrzeni liniowej oraz macierzy przejścia od bazy do bazy. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| W7 | zna definicję działania w zbiorze, własności działań oraz potrafi wskazać przykłady działań w różnych zbiorach. Zna definicję podstawowych struktur algebraicznych takich jak grupa, podgrupa, pierścień oraz ciało, potrafi je rozróżnić a jednocześnie umie wyodrębnić te struktury spośród poznanych pojęć w szkole średniej. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| W8 | zna własności ciała liczb zespolonych, pojęcie części rzeczywistej i urojonej, własności sprzężenia, modułu i argumentu liczby zespolonej, podstawowe działania na liczbach zespolonych : dodawanie, mnożenie, dzielenie, potęgowanie, pierwiastkowanie, dowód nierówności trójkąta i wzoru Moivre'a. | AST_K1_W05 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| Umiejętności - Student/ka: | | | |
| U1 | potrafi zbadać zbieżność jednostajną ciągów i szeregów funkcyjnych, rozpoznać różnicę między zbieżnością jednostajną a punktową. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |

| Kod | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie | Efekty uczenia się dla kierunku | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|--|--|---------------------------------|--|
| U2 | potrafi podać rozwinięcie w szereg potęgowy ważniejszych funkcji oraz określić promień i przedział jego zbieżności, potrafi zastosować twierdzenia o całkowaniu i różniczkowaniu szeregów potęgowych do obliczania wartości niektórych liczb. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| U3 | potrafi rozwijać funkcje w szereg Fouriera, zastosować wzory Eulera-Fouriera, całkę Dirichleta, zasadę lokalizacji oraz twierdzenie o zbieżności punktowej szeregu. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| U4 | potrafi wykonać działania na macierzach: dodawanie, odejmowanie, mnożenie przez liczbę, mnożenie macierzy, umie znaleźć macierz odwrotną za pomocą operacji elementarnych, obliczyć wyznacznik i rząd macierzy. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| U5 | umie rozwiązywać (lub wskazać brak rozwiązania) dowolne układy równań liniowych za pomocą operacji elementarnych na macierzach, zastosować Twierdzenie Kroneckera-Capellego. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| U6 | potrafi wykonać podstawowe działania na wektorach, określić ich kolinearność oraz ortogonalność, obliczyć kąt między wektorami, posługiwać się kombinacjami liniowymi wektorów, określić liniową zależność i niezależność układu wektorów, potrafi rozwiązywać zadania posługując się pojęciem bazy, umie znaleźć macierz przejścia od bazy do bazy. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| U7 | potrafi wykonywać działania na zbiorach, wskazać przykłady działań w różnych zbiorach, potrafi stwierdzić, czy dany zbiór z odpowiednimi działaniami jest grupą, podgrupą, pierścieniem, ciałem, potrafi je rozróżnić a jednocześnie umie wyodrębnić te struktury spośród poznanych pojęć w szkole średniej. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| U8 | potrafi skonstruować ciało liczb zespolonych, wykonywać działania na liczbach zespolonych, zapisać liczbę zespoloną w różnych postaciach, wskazać argument i moduł liczby zespolonej, umie mnożyć, dzielić i potęgować liczby zespolone w postaci trygonometrycznej, a także obliczać pierwiastki stopnia naturalnego z liczb zespolonych, potrafi interpretować na płaszczyźnie zespolonej zbiory liczb, które spełniają określone warunki. | AST_K1_U02, AST_K1_U03 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| Kompetencji społecznych - Student/ka: | | | |
| K1 | jest gotów/gotowa do krytycznej oceny posiadanej wiedzy i odbieranych treści | AST_K1_K01, AST_K1_K02 | Kolokwium pisemne, wejściówka |
| K2 | potrafi współpracować w grupie i chętnie dzieli się swoją wiedzą | AST_K1_K01, AST_K1_K02 | Kolokwium pisemne, wejściówka |

Treści programowe dla zajęć

| Lp. | Treści programowe dla zajęć | Efekty uczenia się dla zajęć | Formy zajęć |
|-----|---|------------------------------|-------------|
| 1. | Ciągi i szeregi funkcyjne Zbieżność punktowa i jednostajna, warunek Cauchy'ego na zbieżność Związki zbieżności jednostajnej z ciągłością, różniczkowaniem i całkowaniem Przykład funkcji ciągłej na całej prostej, która nie ma pochodnej w żadnym punkcie. | W1, U1, K1, K2 | Ćwiczenia |
| 2. | Szeregi potęgowe Szereg potęgowy, promień zbieżności, wzór Cauchy'ego-Hadamarda, własności sumy szeregu potęgowego w przedziale zbieżności (różniczkowanie i całkowanie w przypadku szeregu o wyrazach rzeczywistych). Rozwijanie funkcji w szereg potęgowy, rozwinięcia funkcji wykładniczej i funkcji trygonometrycznych, szereg dwumienny. Zachowanie się sumy szeregu potęgowego na końcach przedziału zbieżności, twierdzenie Abela. Analityczna definicja funkcji trygonometrycznych, związek pomiędzy funkcją wykładniczą a funkcjami trygonometrycznymi, wzory Eulera. | W2, U2, K1, K2 | Ćwiczenia |
| 3. | Szeregi Fouriera Szereg Fouriera, wzory Eulera-Fouriera. Lemat Riemanna-Lebesgue'a. Całka Dirichleta, zasada lokalizacji, zbieżność punktowa szeregu Fouriera. Zamkniętość układu trygonometrycznego, nierówność Bessela i identyczność Parsewala. | W3, U3, K1, K2 | Ćwiczenia |
| 4. | Działania na macierzach. Macierz odwrotna. Znajdowanie macierzy odwrotnych za pomocą operacji elementarnych. Własności wyznaczników macierzy. Obliczanie wyznaczników. Dowód Twierdzenia Laplace'a. | W4, U4, K1, K2 | Ćwiczenia |
| 5. | Operacje elementarne i macierze elementarne. Rząd macierzy. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Rozwiązywanie dowolnych układów równań liniowych za pomocą operacji elementarnych. | W5, U5, K1, K2 | Ćwiczenia |
| 6. | Przestrzenie i podprzestrzenie liniowe. Liniowe kombinacje wektorów. Liniowa niezależność układu wektorów. Podprzestrzeń liniowa rozpięta przez układ wektorów danej przestrzeni. Baza przestrzeni liniowej. Twierdzenie Steinitza o istnieniu bazy i Twierdzenie Steinitza o wymianie. Macierz przejścia od bazy do bazy. | W6, U6, K1, K2 | Ćwiczenia |
| 7. | Definicja działania w zbiorze, własności działań, przykłady działań w różnych zbiorach - działanie modulo n. Podstawowe struktury algebraiczne: grupa, podgrupa, pierścień ciała. | W7, U7, K1, K2 | Ćwiczenia |
| 8. | Ciało liczb zespolonych, działania, postać algebraiczna i trygonometryczna. Moduł, argument, wzór Moivre'a. Pierwiastkowanie liczb zespolonych. | W8, U8, K1, K2 | Ćwiczenia |

Informacje dodatkowe

| | |
|--------------------|--|
| Forma zajęć | Metody i formy prowadzenia zajęć |
| Ćwiczenia | Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda aktywizująca - "burza mózgów", Praca w grupach |

| | |
|--------------------|--|
| Forma zajęć | Warunki zaliczenia zajęć |
| Ćwiczenia | 10 wejściówek, każda za 5p 2 kolokwia, każde za 25p Student otrzymuje zaliczenie po uzyskaniu 50p. |

Literatura

Obowiązkowa

1. H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, t. I, cz. 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2000 (t. I, cz. 1), 2002 (t. I, cz. 2).
2. A. Sołtysiak, Analiza matematyczna, części I i II, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2000 (cz. I), 2004 (cz. II).

Dodatkowa

1. Jerzy Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN 2008

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

| Rodzaje zajęć studenta | Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć |
|-------------------------------------|---|
| Ćwiczenia | 60 |
| Przygotowanie do zajęć | 40 |
| Przygotowanie do zaliczenia | 30 |
| Inne | 20 |
| Łączny nakład pracy studenta | Liczba godzin 150 |
| Liczba punktów ECTS | ECTS 5 |

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

| Kod | Treść |
|------------|---|
| AST_K1_K01 | Absolwent/ka jest gotów/gotowa do do krytycznej oceny posiadanej wiedzy i odbieranych treści |
| AST_K1_K02 | Absolwent/ka jest gotów/gotowa do myślenia i działania w sposób przedsiębiorczy |
| AST_K1_U02 | Absolwent/ka potrafi formułować i rozwiązywać proste problemy badawcze, w sposób krytyczny ocenić wyniki eksperymentów, obserwacji i obliczeń teoretycznych, a także przedyskutować błędy pomiarowe |
| AST_K1_U03 | Absolwent/ka potrafi organizować pracę indywidualną oraz zespołową, współdziałać z innymi osobami w ramach prac zespołowych |
| AST_K1_W05 | Absolwent/ka zna i rozumie w zaawansowanym stopniu metody matematyki wyższej w zakresie niezbędnym do ilościowego opisu, zrozumienia i modelowania zjawisk oraz rozwiązywania problemów z zakresu astronomii i fizyki |