



UNIWERSYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Elementy teorii grafów

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Nauczanie matematyki i informatyki		Cykl dydaktyczny 2025/26	
Specjalność -		Kod zajęć 06NMIS.22K.00284.25	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia drugiego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Małgorzata Bednarska-Bzdęga		
Prowadzący zajęcia	Małgorzata Bednarska-Bzdęga		
Okres Semestr 2	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 15, Egzamin - Ćwiczenia: 15, Zaliczenie z oceną - Laboratorium: 15, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z językiem teorii grafów i sposobami modelowania rzeczywistych problemów w języku teorii grafów.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie pojęcia teorii grafów.	NMI_K2_W01	Egzamin ustny, Projekt, pisemne prezentacje rozwiązań zadań na tablicy, z komentarzem ustnym
Umiejętności - Student/ka:			
U1	umie przetłumaczyć problem rzeczywisty na język teorii grafów i rozwiązać go.	NMI_K2_U01	Egzamin ustny, Projekt, pisemne prezentacje rozwiązań zadań na tablicy, z komentarzem ustnym
U2	potrafi przeprowadzić dowód na gruncie teorii grafów i ocenić poprawność grafowych rozumowań.	NMI_K2_U02	Egzamin ustny, pisemne prezentacje rozwiązań zadań na tablicy, z komentarzem ustnym

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Przypomnienie definicji grafu (prostego). Definicja grafu pełnego, ścieżki, cyklu, grafu regularnego, podgrafu, podgrafu rozpinającego. Przeliczanie krawędzi grafów, twierdzenie o uściskach dłoni. Grafy dwudzielne. Spójność, składowe. Definicja lasu i drzewa. Liczba krawędzi drzewa. Odległość w grafie (bez wag). W laboratorium: przypomnienie sposobów komputerowego przedstawienia grafów (prostych), pisanie prostych programów w Pythonie do badania struktury grafu (np. liczby krawędzi, stopni) i szacowanie ich złożoności; wykorzystanie gotowych funkcji, np. z pakietu networkx Pythona, do badania struktury grafu (np. liczby krawędzi, stopni, spójności, itp.), zastosowanie gotowych implementacji algorytmów DFS i BFS do rozwiązywania problemów rzeczywistych, w tym szukania najkrótszej ścieżki, wychodzenia z labiryntu.	W1, U1, U2	Wykład, Laboratorium
2.	Na wykładzie i ćwiczeniach tablicowych: Skojarzenia w grafach dwudzielnych. Twierdzenie Halla, twierdzenie o małżeństwach. W laboratorium, o ile czas pozwoli: zastosowanie pakietów Pythona (np. networkx) do szukania największego skojarzenia w grafie i rozwiązywania problemów rzeczywistych z tym związanych.	W1, U1, U2	Wykład, Ćwiczenia, Laboratorium
3.	Kolorowanie wierzchołków i krawędzi. Liczba chromatyczna i indeks chromatyczny.	W1, U1, U2	Wykład
4.	Grafy planarne, twierdzenie Kuratowskiego. Szkielety wielościanów wypukłych, wzór Eulera. Kolorowanie map, twierdzenie o 4 kolorach.	W1, U1, U2	Wykład

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
5.	Obchody Eulera, twierdzenie Eulera-Hierholzera dla multigrafów. Cykle Hamiltona. Eulerowskość a hamiltonowskość: algorytmiczne aspekty obu problemów. W laboratorium: badanie eulerowskości (multi)grafów, wykorzystanie gotowych pakietów Pythona do szukania obchodów Eulera i rozwiązywania problemów rzeczywistych z tym związanych.	W1, U1, U2	Wykład, Laboratorium
6.	Grafy z wagami na krawędziach. Problem MST. Problem TSP. Związki między TSP i MST. W laboratorium (jeśli czas pozwoli): Zastosowanie gotowych pakietów Pythona do szukania MST i rozwiązywania rzeczywistych problemów z tym związanych.	W1, U1	Wykład, Laboratorium
7.	Jeśli czas pozwoli: Drzewa decyzyjne. Problemy grafowe ukryte w zadaniach z konkursów szkolnych.	U1	Wykład

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny
Ćwiczenia	Dyskusja, Praca z tekstem, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych)
Laboratorium	Metoda laboratoryjna

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Do egzaminu przystępują tylko osoby z oceną pozytywną z ćwiczeń i laboratorium. Egzamin jest ustny. Na egzaminie student otrzymuje 3 zadania do rozwiązania. Progi na oceny: > • 3: zadania rozwiązane na 51% > • 3,5: zadania rozwiązane na 65% > • 4: zadania rozwiązane na 75% > • 4,5: zadania rozwiązane na 83% > • 5: zadania rozwiązane na 90%
Ćwiczenia	Warunkiem koniecznym zdobycia zaliczenia jest jedna (niepunktowana) prezentacja pisemna na tablicy, z komentarzem ustnym, poprawnego rozwiązania zadania domowego lub przeznaczonego na ćwiczenia, z bieżącej listy omawianej na zajęciach. Spełnienie tylko tego warunku daje ocenę 3. Ocena wyższa niż 3 zależy od dodatkowych dobrze rozwiązanych zadań -- prócz obowiązkowych wspomnianych wyżej. Gwarantowanymi progami na poszczególne oceny są: • 3,5: co najmniej 3 rozwiązania; • 4: co najmniej 5 rozwiązań; • 4,5: co najmniej 7 rozwiązań; • 5: co najmniej 9 rozwiązań. W przypadku niezaliczenia ćwiczeń w pierwszym terminie, student przystępuje do kolokwium pisemnego w sesji poprawkowej. Na kolokwium obowiązuje znajomość całości materiału. Progiem na ocenę pozytywną z ćwiczeń w drugim terminie jest 51% punktów z kolokwium poprawkowego.

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Laboratorium	Warunkiem zaliczenia jest aktywne rozwiązywanie zadań cząstkowych na zajęciach i w domu oraz frekwencja na zajęciach. Progi na oceny: 3,0: wykonane poprawnie zadań z zakresu podstawowego; 3,5: wykonane co najmniej 25% zadań z zakresu dodatkowego; 4,0: wykonane co najmniej 50% zadań z zakresu dodatkowego; 4,5: wykonane co najmniej 75% zadań z zakresu dodatkowego; 5,0: wykonane 100% zadań z zakresu dodatkowego.

Literatura

Obowiązkowa

1. R. Diestel „Graph Theory”, Springer.

Dodatkowa

1. Z. Lonc „Wstęp do algorytmicznej teorii grafów”, PWN.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	15
Ćwiczenia	15
Laboratorium	15
Czytanie wskazanej literatury	10
Przygotowanie projektu	30
Przygotowanie do zajęć	30
Przygotowanie do egzaminu	35
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
NMI_K2_U01	Absolwent/ka potrafi biegle posługiwać się aparatem pojęciowym głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki,
NMI_K2_U02	Absolwent/ka potrafi dowodzić i wykorzystywać twierdzenia wybranych działów matematyki, w szczególności analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki; stosować je w innych działach matematyki i w informatyce,
NMI_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie zaawansowane pojęcia głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki,