



UNIwersYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Matematyczne fundamenty informatyki

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Informatyka Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia drugiego stopnia poinżynierskie Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2025/26 Kod zajęć 06INFS.41P.00990.25 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty podstawowe
Koordynator zajęć	Maria Trybuła, Krzysztof Górniewicz	
Prowadzący zajęcia	Maria Trybuła, Krzysztof Górniewicz	
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin - Laboratorium: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Przygotowanie aparatu pojęciowego z algebry liniowej, analizy matematycznej, rachunku prawdopodobieństwa oraz statystyki matematycznej potrzebnych do wykonywania praktycznych obliczeń związanych z uczeniem głębokim, cyberbezpieczeństwem, algorytmiką i programowaniem gier komputerowych.
C2	Nabywanie umiejętności testowania przedstawionych algorytmów na zbiorach danych i optymalizacji ich działania.
C3	Poznanie metod sformułowania zadanego problemu jako zagadnienia optymalizacji i znalezienie jego rozwiązania.
C4	Nabywanie umiejętności wyboru właściwego algorytmu w celu rozwiązania problemu optymalizacyjnego.

Wymagania wstępne

Umiejętność programowania na poziomie inżyniera informatyki. Znajomość podstawowych pojęć matematyki w zakresie studiów inżynierskich.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna pojęcia wektora, macierzy, przestrzeni liniowej wektorów oraz liniowej niezależności i bazy wektorów.	INF_K4_W01	Egzamin pisemny, Test
W2	zna sposób obliczania wyznacznika oraz jego własności.	INF_K4_W01	Egzamin pisemny, Test
W3	zna pojęcie wektorów ortogonalnych.	INF_K4_W01	Egzamin pisemny, Test
W4	zna pojęcie rozkładu warunkowego i brzegowego oraz twierdzenie Bayesa.	INF_K4_W01	Egzamin pisemny, Test
W5	zna metody estymacji punktowej i przedziałowej.	INF_K4_W01	Egzamin pisemny, Test
W6	zna pojęcie funkcji straty, miary jakości modelu i pojęcie regularyzacji.	INF_K4_W01, INF_K4_W04	Egzamin pisemny, Test
W7	zna idee algorytmów Monte Carlo Markov Chains (MCMC) oraz podstawowe próbniki.	INF_K4_W01, INF_K4_W04	Egzamin pisemny, Test
W8	zna warianty algorytm największego spadku: algorytm największego spadku z momentum, stochastyczny algorytm największego spadku.	INF_K4_W01, INF_K4_W04	Egzamin pisemny, Test
W9	zna algorytm wstecznej propagacji błędów.	INF_K4_W01, INF_K4_W04	Egzamin pisemny, Test
W10	zna metodę mnożników Lagrange'a.	INF_K4_W01	Egzamin pisemny, Test
W11	zna metodę programowania liniowego (wraz z twierdzeniem o dualności) oraz kwadratowego.	INF_K4_W01, INF_K4_W04	Egzamin pisemny, Test
W12	zna pojęcie grafu i jego podstawowe własności.	INF_K4_W01	Egzamin pisemny, Test

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
W13	zna pojęcie propagacji ataku w sieci komputerowej oraz sposoby wykorzystywania uczenia maszynowego w zapewnianiu bezpieczeństwa sieci.	INF_K4_W03, INF_K4_W04	Egzamin pisemny, Test
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi wykonywać operacje algebraiczne takie jak dodawanie i mnożenie macierzy i wektorów, mnożenie wektora przez macierz; potrafi opisać macierz o wybranych własnościach.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U2	potrafi znaleźć odwrotność zadanej macierzy; rozwiązuje układy równań liniowych wielu zmiennych; znajduje wyznaczniki z nimi stowarzyszone i potrafi określić liczbę rozwiązań w zależności od wyznacznika.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U3	wyznacza wielomian charakterystyczny macierzy, wartości własne; oblicza wektory własne oraz bazę takich wektorów	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U4	umie obliczyć normę, iloczyn skalarny dwóch wektorów; potrafi obliczyć odległość dwóch punktów w metryce euklidesowej; potrafi dokonać rzutowania jednego wektora względem drugiego.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U5	potrafi dokonać rozkładu macierzy (Choleskiego, Singular Value Decomposition).	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U6	potrafi obliczyć pochodną funkcji i wyznaczać szereg Taylora; dla funkcji wielu zmiennych umie obliczyć pochodne cząstkowe i gradient funkcji.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U7	potrafi wyznaczyć splot funkcji (konwolucję) i jego dyskretny odpowiednik.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U8	umie wyznaczyć dystrybuantę i gęstość rozkładu zmiennej losowej; potrafi rozróżnić wybrane rozkłady prawdopodobieństwa; umie zastosować twierdzenie Bayesa we wnioskowaniu; potrafi obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję zmiennej losowej.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U9	potrafi zbudować model statystyczny; potrafi szacować parametry za pomocą metody najmniejszych kwadratów i metody największej wiarygodności.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U10	potrafi testować wybrane hipotezy statystyczne.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U11	umie przeprowadzić wnioskowanie bayesowskie.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U12	potrafi zaimplementować algorytm największego spadku.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U13	potrafi scharakteryzować problem optymalizacji wypukłej.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U14	potrafi wykonać algorytm sympleks oraz algorytm interior point.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test
U15	potrafi opisać praktyczne przykłady grafów i wyznaczyć ich cechy charakterystyczne.	INF_K4_U01	Egzamin pisemny, Test

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U16	potrafi zamodelować propagację ataku w sieci komputerowej z uwzględnieniem jej specyficznej topologii; umie wykorzystać techniki uczenia maszynowego do maksymalizowania wybranych parametrów bezpieczeństwa sieci.	INF_K4_U02	Egzamin pisemny, Test
U17	potrafi wykorzystać poznany aparat pojęciowy z zakresu algebry do sformułowania i rozwiązania problemu redukcji wymiaru za pomocą metody składowych głównych; umie ująć swoje wnioski płynące z obliczeń w postaci raportu i potrafi zaprezentować swój model w sposób popularny.	INF_K4_U05, INF_K4_U09, INF_K4_U10, INF_K4_U11, INF_K4_U12	Projekt, Prezentacja multimedialna
U18	potrafi wykorzystać zaawansowane techniki statystyczne i analityczne do rozwiązania wybranego problemu uczenia maszynowego za pomocą sieci neuronowych; umie przygotować dokumentację techniczną swojego modelu oraz przeprowadzić dyskusję dotyczącą wybranych parametrów i architektury.	INF_K4_U05, INF_K4_U09, INF_K4_U10, INF_K4_U11, INF_K4_U12	Projekt, Prezentacja multimedialna
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	jest gotów do formułowania pytań w celu zamodelowania propagacji ataku w sieci komputerowej.	INF_K4_K01	Egzamin pisemny, Test
K2	jest gotów do ujęcia swoich wniosków płynących z obliczeń w postaci raportu i do zaprezentowania swojego modelu w sposób popularny.	INF_K4_K01, INF_K4_K04	Projekt, Prezentacja multimedialna
K3	jest gotów do przygotowania raportu dotyczącego swoich obserwacji i do ich właściwego zakomunikowania grupie.	INF_K4_K01, INF_K4_K04	Projekt, Prezentacja multimedialna

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Wprowadzenie do algebry liniowej. Zdefiniowanie pojęcia wektora, macierzy transformacji, liniowej niezależności wektorów oraz bazy. Opisanie podstawowych typów macierzy: macierz diagonalna, górnątrójkątna. Wprowadzenie do operacji na macierzach - dodawanie, mnożenie, mnożenie macierzy przez wektor i skalar.	W1, U1	Wykład
2.	Wyznaczanie macierzy z opisu transformacji liniowej. Praktyczne ćwiczenia w rachunkach na macierzach, dyskusja optymalnych metod wykonywania rachunków na macierzach wraz z praktyczną implementacją.	W1, U1	Laboratorium

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
3.	Rozwiązanie układów równań liniowych wraz z dyskusją liczby rozwiązań. Sprowadzanie macierzy do postaci całkowicie zredukowanej i wyznaczanie przestrzeni rozwiązań układu liniowego. Definicja wyznacznika oraz jego podstawowe własności. Znajdowanie odwrotności macierzy metodą eliminacji Gaussa.	W2, U2	Wykład
4.	Dyskusja efektywnych metod rozwiązywania układów równań liniowych. Znajdowanie rozwiązań za pomocą algorytmu eliminacji Gaussa. Przykłady dla małej liczby zmiennych i implementacja metody w przypadku problemu o bardzo dużej liczbie zmiennych.	W2, U2	Laboratorium
5.	Zdefiniowanie wielomianu charakterystycznego i minimalnego macierzy oraz wartości własnych. Opis algorytmu wyznaczania wektorów własnych zadanej wartości własnej. Zdefiniowanie bazy wektorów własnych zadanej przestrzeni.	U3	Wykład
6.	Wyznaczanie wielomianów charakterystycznych i minimalnych dla wybranych macierzy i operatorów liniowych. Implementacja algorytmu wyznaczania bazy wektorów własnych	U3	Laboratorium
7.	Wprowadzenie pojęcia iloczynu skalarnego wektorów oraz normy wektora. Przedstawienie pojęcia metryki euklidesowej. Definicja rzutu ortogonalnego oraz projekcji.	W3, U4	Wykład
8.	Obliczanie wektora ortogonalnego do zadanego wektora. Wyznaczanie rzutu ortogonalnego na zadaną podprzestrzeń liniową. Implementacja rzutowania wraz z dyskusją przykładów.	W3, U4	Laboratorium
9.	Opis faktoryzacji macierzy metodą Cholesky'ego wraz z opisem algorytmu. Opis metody diagonalizacji macierzy symetrycznych. Wprowadzenie do rozkładu macierzy metodą SVD i porównanie z innymi metodami.	U5	Wykład
10.	Implementacja wybranych rozkładów (SVD, Cholesky, diagonalizacja) z wykorzystaniem opisu algorytmów z wykładu. Porównanie i dyskusja szybkości wybranych metod oraz wskazanie niestabilności numerycznej wybranych algorytmów.	U5	Laboratorium
11.	Definicja pochodnej funkcji i pochodnej cząstkowej. Wprowadzenie pojęcia szeregu Taylora dla funkcji jednej i wielu zmiennych. Definicja gradientu funkcji. Definicja spłotu.	U6, U7	Wykład
12.	Obliczanie pochodnych funkcji elementarnych oraz reguły obliczania pochodnych dla iloczynu, sumy i ilorazu funkcji oraz funkcji złożonej. Wyznaczanie gradientu funkcji wektorowej. Wyznaczanie spłotów funkcji.	U6, U7	Laboratorium

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
13.	Definicja zmiennej losowej, dystrybuanty oraz gęstości rozkładu. Zdefiniowanie rozkładu wielu zmiennych oraz rozkładu warunkowego i brzegowego. Prezentacja wybranych rozkładów prawdopodobieństwa. Omówienie twierdzenia Bayesa i jego znaczenia we wnioskowaniu. Definicja wartości oczekiwanej i wariancji zmiennej losowej, przykłady wyznaczania. Definicja kowariancji.	W4, U8	Wykład
14.	Wyznaczanie rozkładów empirycznych. Porównanie rozkładu empirycznego z rozkładem teoretycznym. Wyliczanie wartości oczekiwanych i wariancji dla zmiennej losowej oraz dla próby. Porównanie uzyskanych wyników. Wyznaczanie macierzy kowariancji.	W4, U8	Laboratorium
15.	Definicja modelu statystycznego. Przedstawienie podstaw estymacji punktowej i przedziałowej. Wprowadzenie do metod estymacji: metoda najmniejszych kwadratów i metoda największej wiarygodności. Pokazanie praktycznych przykładów zastosowań.	W5, U9	Wykład
16.	Wyznaczanie estymatorów punktowych i przedziałowych z danych. Wyznaczenie parametrów w modelu regresji liniowej za pomocą metody najmniejszych kwadratów, implementacja rozwiązania. Implementacja bootstrapowych przedziałów ufności.	W5, U9	Laboratorium
17.	Przedstawienie problemu testowania hipotez. Definicja błędu pierwszego i drugiego rodzaju. Definicja poziomu istotności testu oraz pwartości. Omówienie przykładowych procedur testowych: test t dla jednej i dwóch prób, test niezależności oraz test zgodności. Przedstawienie idei testów permutacyjnych.	U10	Wykład
18.	Praktyczne testowanie hipotez dla rzeczywistych zbiorów danych. Implementacja permutacyjnego testu t.	U10	Laboratorium
19.	Definicja podstawowych funkcji straty stosowanych w uczeniu maszynowym. Omówienie związku funkcji straty z miarą jakości modelu. Wprowadzenie idei regularyzacji i jego znaczenia w optymalizacji. Wprowadzenie do statystyki bayesowskiej. Definicja rozkładu a priori i a posteriori. Wprowadzenie do algorytmów MCMC, próbnik Metropolisa-Hastingsa oraz próbnik Gibbsa.	W6, W7, U11	Wykład
20.	Implementacja różnych funkcji straty w uczeniu parametrów regresji liniowej. Implementacja próbnika Metropolisa-Hastingsa.	W6, W7, U11	Laboratorium
21.	Omówienie algorytmu największego spadku oraz pojęcia momentum. Omówienie stochastycznego algorytmu największego spadku. Omówienie algorytmu wstecznej propagacji błędów.	W8, W9, U12	Wykład
22.	Implementacja algorytmów największego spadku do estymacji parametrów regresji liniowej. Wykorzystanie algorytmu wstecznej propagacji błędów do uczenia parametrów sieci neuronowych.	W8, W9, U12	Laboratorium

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
23.	Zdefiniowanie problemu optymalizacji wypukłej. Omówienie metody mnożników Lagrange'a. Przedstawienie przykładów na rzeczywistych problemach.	W10, U13	Wykład
24.	Wykorzystanie metody mnożników Lagrange'a do rozwiązywania praktycznych problemów optymalizacji z ograniczeniami.	W10, U13	Laboratorium
25.	Omówienie metody programowania liniowego oraz programowania kwadratowego. Podanie twierdzenia o dualności i omówienie jego konsekwencji. Przedstawienie algorytmów sympleks oraz interior point.	W11, U14	Wykład
26.	Wykorzystanie algorytmów sympleks i interior point do rozwiązywania praktycznych problemów optymalizacji. Implementacja algorytmu sympleks.	W11, U14	Laboratorium
27.	Omówienie pojęcia grafu, drzewa, sieci i ich podstawowych własności.	W12, U15	Wykład
28.	Wskazanie podstawowych przykładów grafów, opis topologii sieci (LAN, WAN) w terminach dużych grafów. Ćwiczenie wyznaczania podstawowych własności grafów.	W12, U15	Laboratorium
29.	Modelowanie cyberbezpieczeństwa sieci za pomocą pojęcia grafów. Opis propagacji ataku na sieć komputerów. Modelowanie bezpieczeństwa sieci z wykorzystaniem sieci neuronowej i algorytmu uczącego opartego na uczeniu maszynowym.	W13, U16, K1	Wykład
30.	Praktyczna analiza sieci o małej liczbie wierzchołków pod kątem jej bezpieczeństwa, z uwzględnieniem wyboru topologii i metod ochrony komputerów. Dyskusja algorytmu uczącego dobierającego wagowo środki bezpieczeństwa.	W13, U16, K1	Laboratorium
31.	Implementacja metody składowych głównych z wykorzystaniem poznanych metod algebraicznych.	U17, K2	Laboratorium
32.	Implementacja sieci neuronowej z wykorzystaniem poznanych metod optymalizacyjnych.	U18, K3	Laboratorium

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Laboratorium	Praca z tekstem, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Metoda ćwiczeniowa, Metoda laboratoryjna, Metoda projektu, Praca w grupach

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z laboratoriów Na końcową ocenę składa się wynik uzyskany na egzaminie. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów, 3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów, 5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.
Laboratorium	Końcowa ocena składa się z następujących elementów: 1. projekt – 70%, 2. test – 20%, 3. prezentacja multimedialna – 10%. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów, 3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów, 5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.

Literatura

Obowiązkowa

1. Banaszak G., Gajda W. (2002). Elementy Algebry Liniowej cz.1, cz.2. WNT.
2. Deisenroth, M.P., Faisal, A.A., Soon, C. (2020). Mathematics for Machine Learning. Cambridge University Press.
3. Hastie, T., Tibshirani, R., Friedman, J. (2009). The Elements of Statistical Learning. Springer.
4. Jakubowski, J., Sztencel, R. (2006). Rachunek prawdopodobieństwa dla (prawie) każdego. Script.
5. James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R. (2017). An Introduction to Statistical Learning with Applications in R. Springer.
6. Koronacki, J., Mielniczuk, J. (2009). Statystyka dla studentów kierunków technicznych i przyrodniczych. WNT.
7. Sołtysiak A. (2003). Algebra liniowa. Wydawnictwo Naukowe UAM.
8. Sołtysiak A. (2009). Analiza matematyczna cz.1, cz.2. Wydawnictwo Naukowe UAM.
9. Stroud, K. (2016). Matematyka od zera dla inżyniera. Pętla.
10. Zieliński, R. (1990). Siedem wykładów wprowadzających do statystyki matematycznej. PWN.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Laboratorium	30
Przygotowanie do zajęć	20
Czytanie wskazanej literatury	15
Przygotowanie raportu	10
Przygotowanie projektu	30

Przygotowanie do egzaminu	25
Przygotowanie do zaliczenia	10
Przygotowanie prezentacji multimedialnej	10
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 180
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
INF_K4_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do precyzyjnego formułowania pytań służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezienia brakujących elementów rozumowania
INF_K4_K04	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do rozpoznania najważniejszych osiągnięć w swojej dziedzinie i stojących przed nią wyzwań; potrafi je przedstawić laikom w sposób popularny
INF_K4_U01	Absolwent/ka potrafi zastosować zaawansowaną wiedzę matematyczną do formułowania, analizowania i rozwiązywania złożonych i nietypowych zadań związanych z informatyką
INF_K4_U02	Absolwent/ka potrafi adaptować istniejące oraz tworzyć nowe metody informatyczne do rozwiązywania nieszablonowych problemów praktycznych i teoretycznych
INF_K4_U05	Absolwent/ka potrafi formułować i testować nowe algorytmy i metody rozwiązywania problemów w wybranych obszarach informatyki na potrzeby prowadzenia prac badawczo-rozwojowych z uwzględnieniem aktualnego stanu wiedzy
INF_K4_U09	Absolwent/ka potrafi w sposób przystępny przedstawić fakty z zakresu informatyki, porozumiewać się przy użyciu różnych technik w środowisku zawodowym oraz w innych środowiskach, w tym w języku angielskim oraz z wykorzystaniem narzędzi informatycznych
INF_K4_U10	Absolwent/ka potrafi przygotować obszerne dokumentacje, opracowania i raporty w języku polskim i języku obcym, w tym z wykorzystaniem ujęć teoretycznych, a także różnych źródeł
INF_K4_U11	Absolwent/ka potrafi pozyskiwać informacje z literatury, baz wiedzy, Internetu oraz innych wiarygodnych źródeł, integrować je, dokonywać ich interpretacji oraz wyciągać wnioski i formułować opinie
INF_K4_U12	Absolwent/ka potrafi samodzielnie pogłębiać i aktualizować wiedzę i umiejętności z zakresu informatyki oraz określać kierunki dalszego rozwoju zawodowego
INF_K4_W01	Absolwent/ka zna i rozumie w pogłębionym stopniu pojęcia z działów matematyki niezbędne do rozwiązywania zaawansowanych problemów w informatyce
INF_K4_W03	Absolwent/ka zna i rozumie w pogłębionym stopniu współczesne metody, narzędzia i technologie informatyczne właściwe dla wybranych obszarów zastosowań niezbędne przy budowie złożonych systemów informatycznych oraz przy prowadzeniu prac badawczo-rozwojowych
INF_K4_W04	Absolwent/ka zna i rozumie zasady rozwiązywania problemów z wykorzystaniem zaawansowanych algorytmów i metod informatycznych