



UNIWERSYTET  
IM. ADAMA MICKIEWICZA  
W POZNANIU

## Algebra

### Sylabus zajęć

#### Informacje podstawowe

|                                                                    |                                                                                                                                                                     |                                                |
|--------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <b>Kierunek studiów</b><br>Matematyka                              |                                                                                                                                                                     | <b>Cykl dydaktyczny</b><br>2024/25             |
| <b>Specjalność</b><br>Matematyka finansowa i aktuarialna           |                                                                                                                                                                     | <b>Kod zajęć</b><br>06MATFIAS.24K.00300.24     |
| <b>Jednostka organizacyjna</b><br>Wydział Matematyki i Informatyki |                                                                                                                                                                     | <b>Języki wykładowe</b><br>polski              |
| <b>Poziom studiów</b><br>studia drugiego stopnia                   |                                                                                                                                                                     | <b>Obligatoryjność</b><br>Obowiązkowy          |
| <b>Forma studiów</b><br>studia stacjonarne                         |                                                                                                                                                                     | <b>Blok zajęciowy</b><br>Przedmioty kierunkowe |
| <b>Profil studiów</b><br>profil ogólnoakademicki                   |                                                                                                                                                                     |                                                |
| <b>Koordynator zajęć</b>                                           | Grzegorz Banaszak                                                                                                                                                   |                                                |
| <b>Prowadzący zajęcia</b>                                          | Grzegorz Banaszak                                                                                                                                                   |                                                |
| <b>Okres</b><br>Semestr 3                                          | <b>Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład: 30, Egzamin</li><li>Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną</li></ul> | <b>Liczba punktów ECTS</b><br>6                |

#### Cele kształcenia dla zajęć

| Kod | Cel                                                                                                                                   |
|-----|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C1  | zapoznanie studentów z różnymi strukturami algebraicznymi oraz z przeprowadzaniem rozumowań dot. abstrakcyjnych pojęć algebraicznych. |
| C2  | zapoznanie studentów z wybranymi zaawansowanymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii grup.                                      |
| C3  | zapoznanie studentów z wybranymi zaawansowanymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii pierścieni.                                |
| C4  | zapoznanie studentów z wybranymi zaawansowanymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii ciał.                                      |
| C5  | uświadomienie studentom problemów związanych z zaawansowaną algebrą abstrakcyjną.                                                     |

## Wymagania wstępne

Od studenta oczekuje się znajomości podstaw algebry w zakresie przedmiotów:

- Wstęp do algebry i teorii liczb
- Algebra na studiach licencjackich
- Algebra liniowa 1
- Algebra liniowa 2

## Efekty uczenia się dla zajęć

| Kod                               | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Efekty uczenia się dla kierunku                                        | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|-----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>Wiedzy - Student/ka:</b>       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                        |                                                              |
| W1                                | zna i rozumie zaawansowane pojęcia i twierdzenia teorii grup                                                                                                                                                                                                                                                              | MAT_K2_W01,<br>MAT_K2_W02,<br>MAT_K2_W04                               | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| W2                                | zna i rozumie zaawansowane pojęcia i twierdzenia teorii pierścieni                                                                                                                                                                                                                                                        | MAT_K2_W01,<br>MAT_K2_W02,<br>MAT_K2_W04                               | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| W3                                | zna i rozumie zaawansowane pojęcia i twierdzenia teorii ciał                                                                                                                                                                                                                                                              | MAT_K2_W01,<br>MAT_K2_W02,<br>MAT_K2_W04                               | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| <b>Umiejętności - Student/ka:</b> |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                        |                                                              |
| U1                                | potrafi dokonać prostej klasyfikacji grup małego rzędu; określić, czy dana grupa jest prosta/rozwiązalna/nilpotentna; opisać grupy skończenie generowane i umie odpowiedzieć na pytanie o istnienie izomorfizmu między dwoma skończenie generowanymi grupami; znaleźć rangę i część torsyjną grupy skończenie generowanej | MAT_K2_U02,<br>MAT_K2_U04,<br>MAT_K2_U08,<br>MAT_K2_U09                | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U2                                | potrafi określić, czy dany pierścień jest noetherowski/Dedekinda; skorzystać z twierdzenia Hilberta o bazie; znajdować nilpotenty i idempotenty w pierścieniach przemiannych; określać, czy dany wielomian jest rozkładalny/nierozkładalny                                                                                | MAT_K2_U02,<br>MAT_K2_U04,<br>MAT_K2_U08,<br>MAT_K2_U09                | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U3                                | potrafi znaleźć element pierwotny dla skończonego rozszerzenia rozdzielczego dwóch ciał; znaleźć wielomian minimalny elementu algebraicznego nad wybranym ciałem; określić stopień danego rozszerzenia; znajdować złożenia dwóch ciał zawartych w pewnym rozszerzeniu ciała bazowego                                      | MAT_K2_U02,<br>MAT_K2_U04,<br>MAT_K2_U08,<br>MAT_K2_U09                | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| U4                                | potrafi dowodzić i formułować fakty i twierdzenia algebry abstrakcyjnej oraz formułować definicje algebry abstrakcyjnej                                                                                                                                                                                                   | MAT_K2_U01,<br>MAT_K2_U02,<br>MAT_K2_U04,<br>MAT_K2_U08,<br>MAT_K2_U09 | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |

## Treści programowe dla zajęć

| Lp. | Treści programowe dla zajęć                                                                                                                  | Efekty uczenia się dla zajęć | Formy zajęć       |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-------------------|
| 1.  | Grupy abelowe wolne. Zbiory wolnych generatorów, ranga, podgrupy.                                                                            | W1, U1, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 2.  | Skończenie generowane grupy abelowe. Rozkład na sumę prostą grup cyklicznych, niezmienniki, typ.                                             | W1, U1, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 3.  | Działanie grup na zbiorach i grupach abelowych.                                                                                              | W1, U1, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 4.  | Grupy nilpotentne i rozwiązalne. Grupy symetryczne. Grupy proste, grupy alternujące jako grupy proste ( $n > 4$ ).                           | W1, U1, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 5.  | Pierścienie noetherowskie. Własności, twierdzenie Hilberta o bazie                                                                           | W2, U2, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 6.  | Dziedziny całkowitości, dziedziny ideałów głównych, dziedziny z jednoznacznością rozkładu. Moduły nad pierścieniami.                         | W2, U2, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 7.  | Teoria podzielności w pierścieniach wielomianów jednej zmiennej, kryteria rozkładalności wielomianów. Pierścień wielomianów wielu zmiennych. | W2, U2, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 8.  | Pierścień Dedekinda. Jednoznaczność rozkładu ideałów na czynniki pierwsze.                                                                   | W2, U2, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 9.  | Ciało rozkładu wielomianu. Istnienie i problem jednoznaczności.                                                                              | W3, U3, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 10. | Ciała algebraicznie domknięte i domknięcie algebraiczne ciał.                                                                                | W3, U3, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |
| 11. | Skończone rozszerzenia ciała liczb wymiernych, pierścień liczb całkowitych w tych ciałach                                                    | W3, U3, U4                   | Wykład, Ćwiczenia |

### Informacje dodatkowe

| Forma zajęć | Metody i formy prowadzenia zajęć                                                                                                                                                                                                                         |
|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wykład      | Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład problemowy, Dyskusja, Rozwiązanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"                  |
| Ćwiczenia   | Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów" |

| Forma zajęć | Warunki zaliczenia zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|-------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wykład      | Odbędzie się w sesji egzamin pisemny (maksymalnie do zdobycia 200 punktów). Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny (3.0).<br>Obowiązuje następująca skala ocen:<br>bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 185 punktów;<br>dobry plus (+db; 4,5): powyżej 165 punktów;<br>dobry (db; 4,0): powyżej 145 punktów;<br>dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 125 punktów;<br>dostateczny (dst; 3,0): powyżej 100 punktów;<br>niedostateczny (ndst; 2,0): 100 punktów lub mniej. |

| Forma zajęć | Warunki zaliczenia zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|-------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Ćwiczenia   | <p>W trakcie ćwiczeń odbędą się dwa kolokwia. Z każdego będzie można zdobyć maksymalnie 100 punktów.</p> <p>Obowiązuje następująca skala ocen:</p> <p>bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 185 punktów;<br/> dobry plus (+db; 4,5): powyżej 165 punktów;<br/> dobry (db; 4,0): powyżej 145 punktów;<br/> dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 125 punktów;<br/> dostateczny (dst; 3,0): powyżej 100 punktów;<br/> niedostateczny (ndst; 2,0): 100 punktów lub mniej .</p> <p>W przypadku niezyskania zaliczenia z ćwiczeń odbędzie się jedno kolokwium poprawkowe na końcu semestru. Zaliczenie tego kolokwium skutkuje otrzymaniem zaliczenia z ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny z ćwiczeń.</p> |

## Literatura

### Obowiązkowa

1. Andrzej Białynicki-Birula, Zarys algebry, Biblioteka Matematyczna t. 63., PWN, 1987
2. Jerzy Browkin, Teoria ciał, PWN, 1977
3. J.F. Humphreys, A Course in Group Theory, Oxford University Press, 1996
4. Serge Lang, Algebra, PWN, 1973

### Dodatkowa

1. Jerzy Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa 2008
2. Aleksiej Kosstrykin, Wstęp do algebry, Podstawowe struktury algebraiczne, t. 3, PWN, Warszawa 2005

## Nakład pracy studenta i punkty ECTS

| Rodzaje zajęć studenta              | Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Wykład                              | 30                                                                  |
| Ćwiczenia                           | 30                                                                  |
| Przygotowanie do zajęć              | 30                                                                  |
| Czytanie wskazanej literatury       | 30                                                                  |
| Przygotowanie do egzaminu           | 30                                                                  |
| Przygotowanie do zaliczenia         | 30                                                                  |
| <b>Łączny nakład pracy studenta</b> | <b>Liczba godzin</b><br>180                                         |
| <b>Liczba punktów ECTS</b>          | <b>ECTS</b><br>6                                                    |

\* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

## Efekty uczenia się dla kierunku

| Kod        | Treść                                                                                                                                                                                           |
|------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MAT_K2_U01 | Absolwent/ka potrafi wyrażać treści matematycznych w mowie i piśmie, w opracowaniach o różnym charakterze, dostosowując precyzję sformułowań i języka do poziomu i potrzeb odbiorcy opracowania |
| MAT_K2_U02 | Absolwent/ka potrafi przeprowadzać rozumowania matematyczne, dowodzenie twierdzeń, jak i weryfikację hipotez drogą doboru odpowiednich przykładów                                               |
| MAT_K2_U04 | Absolwent/ka potrafi określić swoje zainteresowania matematyczne, posiada umiejętności samodzielnego poszerzania wiedzy matematycznej                                                           |
| MAT_K2_U08 | Absolwent/ka potrafi rozpoznawać podstawowe struktury algebraiczne i ich własności oraz potrafi wykorzystać działania i przekształcenia algebraiczne w innych działach matematyki               |
| MAT_K2_U09 | Absolwent/ka potrafi posługiwać się zaawansowanymi metodami i narzędziami przynajmniej z jednej dziedziny matematyki                                                                            |
| MAT_K2_W01 | Absolwent/ka zna i rozumie klasyczne pojęcia z zakresu matematyki i jej zastosowań oraz najważniejsze metody i twierdzenia z głównych jej działów                                               |
| MAT_K2_W02 | Absolwent/ka zna i rozumie rolę, znaczenie i zasady poprawnego prowadzenia rozumowań matematycznych oraz zna różne techniki dowodzenia                                                          |
| MAT_K2_W04 | Absolwent/ka zna i rozumie specjalistyczne zagadnienia z wybranej dziedziny matematyki                                                                                                          |