

Geometria różniczkowa

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2023/24	
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.110K.03590.23	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Maria Trybuła		
Prowadzący zajęcia	Maria Trybuła		
Okres Semestr 5	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Przedstawienie działania metod analitycznych do opisu obiektów geometrycznych na przykładach krzywych i powierzchni. Pokazanie podstawowych narzędzi i niezmienników służących do tego opisu oraz nauczanie obliczania ich wartości.
C2	Ukazanie, że lokalnie obliczane niezmienniki krzywych i powierzchni opisują ich kształty oraz określają globalne niezmienniki topologiczne. Uświadomienie studentom, że geometria różniczkowa jest też narzędziem w modelowaniu rzeczywistości poprzez interpretacje fizyczne omawianych pojęć.
C3	Pokazanie, że większość omawianych niezmienników można w chwili obecnej obliczać za pomocą pakietów programowych, o ile tylko posiada się efektywny opis obiektu geometrycznego

Wymagania wstępne

Podstawy geometrii analitycznej, algebry liniowej oraz analizy matematycznej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna wielkości charakteryzujące krzywe (parametryzacja, trójścian Freneta, krzywizna, torsja)	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
W2	zna lokalne wielkości charakteryzujące powierzchnie (parametryzacja, pierwsza i druga forma kwadratowa)	MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
W3	zna związki pomiędzy geometrią i topologią powierzchni (tw. Gaussa - Boneta)	MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
W4	zna globalne niezmienniki powierzchni (krzywizna sekcyjna, krzywizna Gaussa, krzywizna średnia)	MAT_K1_W01, MAT_K1_W03, MAT_K1_W04, MAT_K1_W05, MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
W5	wie, że wiele omawianych niezmienników krzywych i powierzchni ma interpretację fizyczną.	MAT_K1_W01, MAT_K1_W04	Egzamin pisemny
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi znajdować parametryzację łukową krzywej, długość krzywej, krzywiznę i torsję krzywej.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U18	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
U2	potrafi obliczać lokalne wielkości charakteryzujące powierzchnie (parametryzacja, pierwsza i druga forma kwadratowa)	MAT_K1_U01, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
U3	potrafi obliczać globalne niezmienniki powierzchni (krzywizna sekcyjna, krzywizna Gaussa, krzywizna średnia)	MAT_K1_U02, MAT_K1_U08, MAT_K1_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U4	potrafi wykorzystać prosty pakiet programowy do obliczania omawianych niezmienników krzywych i powierzchni	MAT_K1_U02, MAT_K1_U15	Projekt
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	potrafi wyszukiwać informacje, rysunki i wizualizacje z animacją krzywych i powierzchni.	MAT_K1_K03, MAT_K1_K04	Projekt

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Krzywe płaskie, przykłady, punkty regularne i osobliwe	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Krzywizna krzywej płaskiej i jej interpretacja geometryczna.	W1, W5, U1	Wykład, Ćwiczenia
3.	Krzywe parametryczne w 3-wymiarowej przestrzeni euklidesowej, krzywizna, torsja, wzór Freneta	W1, W5, U1	Wykład, Ćwiczenia
4.	Izometrie, twierdzenia podstawowe o krzywych przestrzennych	W1, U1	Wykład
5.	Powierzchnie, przykłady, punkty regularne i osobliwe	W2, U2	Wykład, Ćwiczenia
6.	Odwzorowanie Weingartena. Pierwsza forma podstawowa	W2, U1, U4	Wykład, Ćwiczenia
7.	Druga forma podstawowa, odwzorowanie Gaussa.	W2, U1, U3	Wykład, Ćwiczenia
8.	Krzywizny główne, krzywizna Gaussa i krzywizna średnia.	W2, W4, W5, U1, U3, U4, K1	Wykład, Ćwiczenia
9.	Theorema Egregium	W3, W4, U1, U4, K1	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Ćwiczenia	Metoda analizy przypadków, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych)

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Egzamin pisemny. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów, 3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów, 5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.
Ćwiczenia	Kolokwium pisemne. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.

Literatura

Obowiązkowa

1. John Oprea „Geometria różniczkowa i jej zastosowania”, Wydawnictwo Naukowe PWN 2002.
2. Otomar Karwowski, Zbiór zadań z geometrii różniczkowej, PWN, 1966.

Dodatkowa

1. Wolfram Alpha - darmowy pakiet komputerowy wspomagający naukę i nauczanie (wraz z instrukcją on-line)
<https://www.wolframalpha.com/>

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie projektu	40
Przygotowanie pracy pisemnej	40
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 140
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_K03	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do wyjaśniania znaczenia matematyki i jej osiągnięć
MAT_K1_K04	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do samodzielnego wyszukiwać informacje w literaturze i bazach danych
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych oraz funkcji zmiennej zespolonej z uwzględnieniem rachunku granic, pochodnych i całek, a także stosować je w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_U09	Absolwent/ka potrafi rozwiązywać podstawowe typy równań różniczkowych i ich układy
MAT_K1_U15	Absolwent/ka potrafi wykorzystywać programy komputerowe wspomagające obliczenia i analizy
MAT_K1_U18	Absolwent/ka potrafi komunikować się w co najmniej jednym języku obcym na poziomie średniozaawansowanym (B2)
MAT_K1_W01	Absolwent/ka zna i rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w zakresie wystarczającym do poprawnego stosowania formalizmu matematycznego w tworzeniu i analizie prostych modeli matematycznych w różnych działach matematyki i innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretnej
MAT_K1_W06	Absolwent/ka zna i rozumie podstawy technik numerycznych, obliczeniowych oraz programowania, wspomagających pracę matematyka, a także zna co najmniej jeden pakiet oprogramowania użytkowego