

Kohomologia Galois

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2023/24	
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.28K.11721.23	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia drugiego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Grzegorz Banaszak		
Prowadzący zajęcia	Grzegorz Banaszak		
Okres Semestr 4	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	zapoznanie studentów z podstawowymi pojęciami, problemami i twierdzeniami dotyczącymi kohomologii Galois
C2	zapoznanie studentów ze związkami między kohomologią Galois a algebraiczną teorią liczb i arytmetyką nad dowolnymi ciałami

Wymagania wstępne

Od studenta oczekuje się znajomości podstaw algebry liniowej, algebry abstrakcyjnej i podstaw topologii.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia dot. kohomologii Galois oraz tematyki związanej z tym zagadnieniem	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi stosować rezultaty dotyczące rozszerzeń normalnych i rozdzielnich oraz zasadnicze twierdzenia teorii Galois, oraz potrafi obliczać grupy Galois dla klasycznych rozszerzeń algebraicznych ciał;	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	potrafi stosować teorię modułów i podstawy algebry homologicznej (pojęcia: kompleksu, ciągu dokładnego, kohomologii kompleksu, pierścienia grupowego itd.).	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	potrafi stosować zasadnicze twierdzenia kohomologii grup i klasyczne operacje kohomologiczne służące do rozwiązywania zadań z kohomologii grup.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi stosować pojęcia grupy topologicznej i proskończonej oraz pojęcie dyskretnego G-modułu. Potrafi scharakteryzować grupy proskończone pośród zwartych grup topologicznych.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi stosować podstawowe rezultaty dotyczące kohomologii Galois i podstawowe operacje takie jak: restrykcja, inflacja, korestrykcja. Umie korzystać z klasycznych ciągów dokładnych pomagających obliczać kohomologie.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U6	potrafi stosować kohomologie Galois w algebraicznej teorii liczb i w zagadnieniach arytmetycznych nad dowolnymi ciałami (Twierdzenie Hilberta 90, Twierdzenie Kummera, Teoria Kummera, itp.).	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U7	potrafi dowodzić i formułować twierdzenia oraz formułować definicje dot. kohomologii Galois i tematyki związanej z tym zagadnieniem.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Rozszerzenia normalne, rozdzielcze i Galois ciał, zasadnicze twierdzenie teorii Galois	W1, U1, U7	Wykład, Ćwiczenia
2.	Teoria modułów i podstawy algebry homologicznej	W1, U2, U7	Wykład, Ćwiczenia
3.	Klasyczne rezultaty dotyczące kohomologii grup	W1, U3, U7	Wykład, Ćwiczenia
4.	Grupy topologiczne, systemy odwrotne grup i grupy proskończone	W1, U4, U7	Wykład, Ćwiczenia
5.	Kohomologia grup proskończonych i kohomologia Galois	W1, U4, U5, U7	Wykład, Ćwiczenia
6.	Zastosowania kohomologii Galois w algebraicznej teorii liczb i arytmetyce	W1, U6, U7	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład problemowy, Dyskusja, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"
Ćwiczenia	Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny. Jako egzamin pisemny, studenci otrzymują zadania do samodzielnego rozwiązania. Na rozwiązanie zadań przeznaczony jest tydzień kalendarzowy. Wśród tych zadań, kilka zadań jest oznaczonych gwiazdką, jako zadania trudniejsze. Obowiązuje następująca skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 92,5% punktów; dobry plus (db+; 4,5): powyżej 82,5% punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 72,5% punktów; dostateczny plus (dst+; 3,5): powyżej 62,5% punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów lub mniej. W sytuacji, gdy prowadzący ma wątpliwości odnośnie samodzielnego rozwiązania zadań, egzamin dla danego studenta zostaje powtórzony w formie ustnej.
Ćwiczenia	Jako kolokwium pisemne, studenci otrzymują zadania do samodzielnego rozwiązania. Na rozwiązanie zadań przeznaczony jest tydzień kalendarzowy. Wśród tych zadań, kilka zadań może być oznaczonych gwiazdką, jako zadania trudniejsze. Obowiązuje następująca skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 92,5% punktów; dobry plus (db+; 4,5): powyżej 82,5% punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 72,5% punktów; dostateczny plus (dst+; 3,5): powyżej 62,5% punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów lub mniej. W sytuacji, gdy prowadzący ma wątpliwości odnośnie samodzielnego rozwiązania zadań, zaliczenie ćwiczeń dla danego studenta zostaje powtórzone w formie ustnej.

Literatura

Obowiązkowa

1. J. Browkin, "Teoria Ciał" PWN 1977
2. S. Lang, "Algebra" PWN 1973
3. J-P. Serre, "Galois Cohomology" Springer 1997
4. L. Washington, "Galois cohomology", artykuł w książce "Modular forms and Fermat Last Theorem" Springer 1997

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do zajęć	30
Przygotowanie do egzaminu	30
Przygotowanie do zaliczenia	30

Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 180
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K2_U01	Absolwent/ka potrafi wyrażać treści matematycznych w mowie i piśmie, w opracowaniach o różnym charakterze, dostosowując precyzję sformułowań i języka do poziomu i potrzeb odbiorcy opracowania
MAT_K2_U02	Absolwent/ka potrafi przeprowadzać rozumowania matematyczne, dowodzenie twierdzeń, jak i weryfikację hipotez drogą doboru odpowiednich przykładów
MAT_K2_U03	Absolwent/ka potrafi zrozumiale przedstawić osiągnięcia matematyki i omówić jej różnorodne zastosowania
MAT_K2_U04	Absolwent/ka potrafi określić swoje zainteresowania matematyczne, posiada umiejętności samodzielnego poszerzania wiedzy matematycznej
MAT_K2_U05	Absolwent/ka potrafi analizować nowe zagadnienia, korzystać z literatury matematycznej, baz danych i innych źródeł oraz dokonać krytycznej ich oceny
MAT_K2_U08	Absolwent/ka potrafi rozpoznawać podstawowe struktury algebraiczne i ich własności oraz potrafi wykorzystać działania i przekształcenia algebraiczne w innych działach matematyki
MAT_K2_U09	Absolwent/ka potrafi posługiwać się zaawansowanymi metodami i narzędziami przynajmniej z jednej dziedziny matematyki
MAT_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie klasyczne pojęcia z zakresu matematyki i jej zastosowań oraz najważniejsze metody i twierdzenia z głównych jej działów
MAT_K2_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę, znaczenie i zasady poprawnego prowadzenia rozumowań matematycznych oraz zna różne techniki dowodzenia
MAT_K2_W04	Absolwent/ka zna i rozumie specjalistyczne zagadnienia z wybranej dziedziny matematyki