UNIWERSYTET IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

Współczesna analiza i jej zastosowania

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka	**Cykl dydaktyczny** 2024/25
Specjalność Matematyka teoretyczna	**Kod zajęć** 06MATTEOS.24K.03626.24
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki	**Języki wykładowe** polski
Poziom studiów studia drugiego stopnia	**Obligatoryjność** Fakultatywny
Forma studiów studia stacjonarne	**Blok zajęciowy** Przedmioty kierunkowe
Profil studiów profil ogólnoakademicki	

Koordynator zajęć	Mieczysław Mastyło
Prowadzący zajęcia	Mieczysław Mastyło

Okres	**Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia**	**Liczba punktów ECTS**
Semestr 3	• Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest prezentacja metod współczesnej analizy i jej zastosowań w teorii operatorów, analizie Fouriera oraz teorii przestrzeni interpolacyjnych.
C2	Przedstawione będą konstrukcje fundamentalnych metod interpolacyjnych i ich zastosowania. Podany zostanie dowód za pomocą metody zespolonej Calderóna twierdzenia Thorina o interpolacji operatorów i jego zastosowania w analizie Fouriera.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy – Student/ka:			
W1	Zna twierdzenie Baire'a o kategoriach.	MAT_K2_W02, MAT_K2_W03, MAT_K2_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	Zna zasadę jednostajnej ograniczoności operatorów liniowych i wie jakie ma ona znaczenie dla ciągłości punktowych granic takich ciągów.	MAT_K2_W02, MAT_K2_W03, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	Zna twierdzenie o zagęszczaniu osobliwości oraz jego zastosowania.	MAT_K2_W02, MAT_K2_W03, MAT_K2_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	Zna kryteria zbieżności szeregów Fouriera.	MAT_K2_W02, MAT_K2_W03, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W5	Zna warunki konieczne zbieżności szeregów trygonometrycznych. Zna słynny przykład szeregu Steinhausa o wyrazach z c_0 rozbieżnego w dowolnym punkcie.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W6	Zna abstrakcyjne metody interpolacji (metoda orbit i co-orbit, rzeczywiste metody oraz metodę zespoloną Calderóna).	MAT_K2_W02, MAT_K2_W03, MAT_K2_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności – Student/ka:			
U1	Potrafi stosować twierdzenie Baire'a w teorii przestrzeni metrycznych, Banacha, teorii funkcji oraz teorii operatorów.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U07	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	Potrafi stosować zasadę jednostajnej ograniczoności operatorów liniowych. Umie podać zastosowanie klasycznego twierdzenia Osgoda dla funkcji.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	Potrafi zastosować twierdzenie o zagęszczaniu osobliwości do teorii szeregów Fouriera. W szczególności potrafi podać dowód twierdzenia Du Bois Reymonda stosując Banacha-Steinhausa.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U07	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	Potrafi stosować kryteria Diniego, Dirichleta-Jordana do badania zbieżności punktowej oraz jednostajnej szeregów Fouriera.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	Zna kluczowe definicje z teorii interpolacji operatorów. Zna abstrakcyjne konstrukcje funktorów interpolacyjnych, orbit i co-orbit oraz metodę rzeczywistą interpolacji. Zna dowody kluczowych twierdzeń z teorii funkcji analitycznych o wartościach w przestrzeniach Banacha oraz ich zastosowanie do konstrukcji metody zespolonej Calderóna. Zna zastosowanie metody Calderóna w dowodzie słynnego twierdzenia Thorina o interpolacji operatorów między przestrzeniami L_p.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U07	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Twierdzenie Baire'a o kategoriach i jego zastosowania.	W1, W2, U1, U2	Wykład, Ćwiczenia
2.	Twierdzenie o zagąszczaniu osobliwości i jego zastosowanie.	W3, U3	Wykład, Ćwiczenia
3.	Klasyczne kryteria zbieżności szeregów trygonometrycznych. Dowody kryterium Diniego oraz Dirichleta-Jordana.	W4, W5, U4	Wykład, Ćwiczenia
4.	Absolutna zbieżność szeregów trygonometrycznych.	W5, W6, U4, U5	Wykład, Ćwiczenia
5.	Sumowalność szeregów Fouriera w sensie Cesàro. Twierdzenie Fejera o zbieżności jednostajnej oraz twierdzenie Lebesgue'a o zbieżności prawie wszędzie.	W5, U4	Wykład, Ćwiczenia
6.	Wybrane zagadnienia z teorii interpolacji operatorów. Metoda rzeczywista interpolacji, metoda zespolona Calderóna. Twierdzenie Riesza-Thorina o interpolacji operatorów między przestrzenimai L_p.	W6, U5	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Dyskusja
Ćwiczenia	Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Zdanie egzaminu pisemnego. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów • dostatateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej
Ćwiczenia	Kolokwium pisemne. Uzyskanie co najmniej 50% możliwych punktów. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Alexiewicz, Analiza Funkcjonalna, PWN, Warszawa 1969.
2. J. Bergh and J. Löfström, Interpolation spaces. An introduction, Springer, Berlin-Heidelberg-New York, 1976.
3. N. Dunford and J. T. Schwartz, Linear Operators. I, Interscience, New York 1958.
4. F. Jones, Lebesgue Integration on Euclidean. Jones and Bartlett Publishers, Boston, 2001.

Dodatkowa

1. W. Rudin, Analiza Rzeczywista i Zespolona, PWN, Warszawa 1986.
2. W. Rudin, Analiza funkcjonalna, PWN, Warszawa, 1991.
3. S. Prus i A. Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach, PWN, Warszawa 2007.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	**Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć**
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	25
Przygotowanie do zajęć	25
Przygotowanie do egzaminu	25
Przygotowanie do zaliczenia	15
Łączny nakład pracy studenta	**Liczba godzin** 150
Liczba punktów ECTS	**ECTS** 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K2_U01	Absolwent/ka potrafi wyrażać treści matematycznych w mowie i piśmie, w opracowaniach o różnym charakterze, dostosowując precyzję sformułowań i języka do poziomu i potrzeb odbiorcy opracowania
MAT_K2_U02	Absolwent/ka potrafi przeprowadzać rozumowania matematyczne, dowodzenie twierdzeń, jak i weryfikację hipotez drogą doboru odpowiednich przykładów
MAT_K2_U03	Absolwent/ka potrafi zrozumiale przedstawić osiągnięcia matematyki i omówić jej różnorodne zastosowania
MAT_K2_U04	Absolwent/ka potrafi określić swoje zainteresowania matematyczne, posiada umiejętności samodzielnego poszerzania wiedzy matematycznej
MAT_K2_U05	Absolwent/ka potrafi analizować nowe zagadnienia, korzystać z literatury matematycznej, baz danych i innych źródeł oraz dokonać krytycznej ich oceny
MAT_K2_U06	Absolwent/ka potrafi odnosić pojęcia matematyczne do niematematycznych kontekstów, w analizowanych problemach potrafi dostrzec i wykorzystać struktury formalne opisywane w wybranych działach matematyki
MAT_K2_U07	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem analizy matematycznej oraz zna jej znaczenie i zastosowanie w poznanych działach matematyki
MAT_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie klasyczne pojęcia z zakresu matematyki i jej zastosowań oraz najważniejsze metody i twierdzenia z głównych jej działów
MAT_K2_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę, znaczenie i zasady poprawnego prowadzenia rozumowań matematycznych oraz zna różne techniki dowodzenia
MAT_K2_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawy konstruowania modeli matematycznych przydatnych w zastosowaniach matematyki w różnych dziedzinach wiedzy
MAT_K2_W04	Absolwent/ka zna i rozumie specjalistyczne zagadnienia z wybranej dziedziny matematyki
MAT_K2_W05	Absolwent/ka zna i rozumie problemy etyczno-prawne ochrony własności intelektualnej pracy naukowej i dydaktycznej