Teoria punktu stałego

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka **Specjalność** - **Jednostka organizacyjna** Wydział Matematyki i Informatyki **Poziom studiów** studia pierwszego stopnia **Forma studiów** studia stacjonarne **Profil studiów** profil ogólnoakademicki	**Cykl dydaktyczny** 2023/24 **Kod zajęć** 06MATS.110K.03592.23 **Języki wykładowe** polski **Obligatoryjność** Fakultatywny **Blok zajęciowy** Przedmioty kierunkowe

Koordynator zajęć	Tomasz Kubiak
Prowadzący zajęcia	Tomasz Kubiak

Okres	**Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia**	**Liczba punktów ECTS**
Semestr 5	• Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie	5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest wyłożenie podstawowymi pojęć, metod i twierdzeń teorii punktu stałego. Twierdzenia dotyczą m. in. krat zupełnych, zbiorów łańcuchowo zupełnych, przestrzeni metrycznych zupełnych i zwartych, a także pewnych podzbiorów przestrzeni Hilberta. Poznamy metrykę Hausdorffa, punkty stałe kontrakcji wielowartościowych i fraktale. Za pomocą twierdzenia KKM udowodnimy twierdzenie Brouwera o punkcie stałym, a także twierdzenia Schaudera i Tichonowa. Przedstawimy też zastosowania twierdzeń o punkcie stałym, w szczególności zastosowania twierdzenia Tarskiego i twierdzenia Banacha.

Wymagania wstępne

Podstawy analizy matematycznej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy – Student/ka:			
W1	Zna porządek w przestrzeniach metrycznych i twierdzenie Caristi.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W2	Zna zagadnienie punktów stałych w kratach zupełnych i zbiorach łańcuchowo zupełnych oraz w przestrzeniach metrycznych.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W3	Zna problem punktów stałych funkcji nierozszerzających w przestrzeniach Hilberta.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W4	Zna pojęcie metryki Hausdorffa, kontrakcji wielowartościowej oraz fraktali.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W5	Zna pojęcie sympleksu, twierdzenie KKM i twierdzenie Brouwera o punkcie stałym.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W6	Zna twierdzenia Schaudera i Tichonowa.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
Umiejętności – Student/ka:			
U1	Umie wskazać główne problemy i zagadnienia teorii punktu stałego.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U08	Kolokwium pisemne
U2	Umie wskazać porządek w wybranych przestrzeniach metrycznych, potrafi stosować twierdzenie Caristi.	MAT_K1_U08, MAT_K1_U10	Kolokwium pisemne
U3	Umie znajdować punkty stałe w wybranych kratach zupełnych, zbiorach łańcuchowo zupełnych, przestrzeniach metrycznych oraz punkty stałe funkcji nierozszerzających w przestrzeniach Hilberta.	MAT_K1_U08	Kolokwium pisemne
U4	Umie badać, czy dana metryka jest metryką Hausdorffa oraz sprawdzać, czy dane odwzorowanie jest kontrakcją wielowartościową.	MAT_K1_U08	Kolokwium pisemne
U5	Umie stosować twierdzenia KKM, Brouwera o punkcie stałym, Schaudera i Tichonowa.	MAT_K1_U03, MAT_K1_U08	Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Porządek w przestrzeniach metrycznych i twierdzenie Caristi.	W1, U1, U2	Wykład, Ćwiczenia
2.	Punkty stałe w kratach zupełnych i zbiorach łańcuchowo zupełnych.	W2, U3	Wykład, Ćwiczenia
3.	Punkty stałe w przestrzeniach metrycznych.	W2, U3	Wykład, Ćwiczenia
4.	Punkty stałe funkcji nierozszerzających w przestrzeniach Hilberta.	W3, U3	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
5.	Metryka Hausdorffa, kontrakcje wielowartościowe i fraktale.	W4, U4	Wykład, Ćwiczenia
6.	Sympleksy, twierdzenie KKM i twierdzenie Brouwera o punkcie stałym.	W5, U5	Wykład, Ćwiczenia
7.	Twierdzenie Schaudera i twierdzenie Tichonowa.	W6, U5	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Zdanie egzaminu pisemnego oraz zaliczenie części ćwiczeniowej. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.
Ćwiczenia	Zdobycie co najmniej 50% możliwych punktów ze wszystkich sprawdzianów. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.

Literatura

Obowiązkowa

1. K. Goebel, W. A. Kirk, Zagadnienia metrycznej teorii punktów stałych, 1999.

Dodatkowa

1. B. A. Davey, H. A. Priestley, Introduction to Lattices and Order, 1994.
2. J. Dugundji, A. Granas, Fixed Point Theory, 2003.
3. W. A. Kirk, B. Sims (Ed.), Handbook of Metric Fixed Point Theory, 2001.
4. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, 1973.
5. V. Pata, Fixed Point Theorems and Applications, 2019.
6. E. Zeidler, Nonlinear Functional Analysis and its Applications I, 1985.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć

Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	15
Przygotowanie do egzaminu	30
Przygotowanie do zaliczenia	30
Łączny nakład pracy studenta	**Liczba godzin** 135
Liczba punktów ECTS	**ECTS** 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych oraz funkcji zmiennej zespolonej z uwzględnieniem rachunku granic, pochodnych i całek, a także stosować je w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretnej