

Podstawy matematyki

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Analiza i przetwarzanie danych Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia drugiego stopnia Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2024/25 Kod zajęć 06APDS.21K.00314.24 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Koordynator zajęć	Piotr Kasprzak	
Prowadzący zajęcia	Piotr Kasprzak, Bernadeta Tomasz	
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Ćwiczenia: 75, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 7

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z wybranymi narzędziami i metodami matematyki stosowanymi przez analityków danych.

Wymagania wstępne

Brak

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie w pogłębionym stopniu wybrane zagadnienia logiki matematycznej oraz podstaw matematyki.	APD_K2_W02	Kolokwium pisemne
W2	zna i rozumie w pogłębionym stopniu wybrane zagadnienia teorii ciągów oraz szeregów.	APD_K2_W02	Kolokwium pisemne
W3	zna i rozumie w pogłębionym stopniu wybrane zagadnienia teorii funkcji rzeczywistych.	APD_K2_W02	Kolokwium pisemne
W4	zna i rozumie w pogłębionym stopniu wybrane zagadnienia rachunku różniczkowego i całkowego jednej oraz wielu zmiennych.	APD_K2_W02	Kolokwium pisemne
W5	zna i rozumie w pogłębionym stopniu wybrane zagadnienia algebry abstrakcyjnej i liniowej.	APD_K2_W02	Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	umie posługiwać się wybranymi metodami logiki matematycznej oraz podstaw matematyki.	APD_K2_U02, APD_K2_U11	Kolokwium pisemne
U2	umie posługiwać się wybranymi metodami teorii ciągów oraz szeregów.	APD_K2_U02, APD_K2_U11	Kolokwium pisemne
U3	umie posługiwać się wybranymi metodami teorii funkcji rzeczywistych.	APD_K2_U02, APD_K2_U11	Kolokwium pisemne
U4	umie posługiwać się wybranymi metodami rachunku różniczkowego i całkowego jednej oraz wielu zmiennych.	APD_K2_U02, APD_K2_U11	Kolokwium pisemne
U5	umie posługiwać się wybranymi metodami algebry abstrakcyjnej i liniowej.	APD_K2_U02, APD_K2_U11	Kolokwium pisemne
U6	potrafi dobrać odpowiednie metody matematyczne do rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych.	APD_K2_U02, APD_K2_U11	Kolokwium pisemne, Zadania wykonywane podczas zajęć
U7	potrafi zautomatyzować obliczenia za pomocą dostępnych programów.	APD_K2_U01	Zadania wykonywane podczas zajęć
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	jest gotowy/gotowa do zapoznania się z przykładami zastosowań metod/pojęć matematycznych w analizie i przetwarzaniu danych.	APD_K2_K01	Zadania wykonywane podczas zajęć

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Elementy logiki matematycznej: • Rachunek zdań (język rachunku zdań, wartościowanie formuł, tautologie) • Rachunek predykatów (język rachunku predykatów, kwantyfikatory o ograniczonym i nieograniczonym zakresie, formułowanie wypowiedzi w języku predykatów)	W1, U1, U6, U7, K1	Ćwiczenia
2.	Metody matematyki: • Definicje (budowa definicji, rodzaje definicji, przykłady definicji, błędy w definiowaniu) • Twierdzenia (budowa twierdzenia, założenie, teza, warunek konieczny i dostateczny, twierdzenie proste/odwrotne/przeciwnie/przeciwstawne, kwadrat logiczny) • Dowody (rodzaje dowodów: wprost, nie wprost, niekonstruktywny)	W1	Ćwiczenia
3.	Elementy teorii zbiorów: • Pojęcie zbioru (zasada ekstensjonalności) i należenia do zbioru, pojęcie zawierania (inkluzji), równość zbiorów, zbiór pusty • Działania na zbiorach (suma, przekrój, różnica, działania uogólnione) • Podzbiory płaszczyzny (iloczyn kartezjański, nadwykresy i podwykresy funkcji)	W1, U1, U6, U7	Ćwiczenia
4.	Relacje: • Pojęcie relacji • Relacje binarne i ich własności	W1, U1, U6, U7, K1	Ćwiczenia
5.	Symbol sumy, dwumian Newtona: • Symbol sumy Σ • Silnia oraz symbol Newtona • Wzór dwumianowy Newtona	W1, U1, U6, U7	Ćwiczenia
6.	Pierścienie liczb całkowitych: • Dzielenie z resztą i bez reszty liczb całkowitych • Działania dodawania i mnożenia „modulo”	W5, U5, U6, U7	Ćwiczenia
7.	Elementy kombinatoryki: • Zasada dodawania i mnożenia • Permutacje • Wariacje • Kombinacje	W1, U1, U6, U7	Ćwiczenia
8.	Funkcje: • Pojęcie funkcji, dziedziny funkcji, argumentu oraz wartości funkcji; równość funkcji • Obraz i przeciwobraz • Złożenie funkcji • Monotoniczność funkcji (funkcje rosnące, malejące, nierosnące, niemalejące) • Funkcje okresowe • Parzystość/nieparzystość funkcji • Iniekcja, suriekcja, bijekcja, funkcja odwrotna • Przekształcanie wykresów funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej	W3, U3, U6, U7	Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
9.	Wielomiany: • Wielomian, współczynnik wielomianu, wyraz wolny, stopień wielomianu, wielomian zerowy, równość wielomianów • Dzielenie pisemne wielomianów, schemat Hornera • Pierwiastki wielomianów (krotność, pierwiastki wymierne, równania i nierówności wielomianowe) • Trójmian kwadratowy (postać ogólna, kanoniczna, iloczynowa trójmianu kwadratowego, wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego, wzory Viete'a, wzory na wierzchołek paraboli)	W3, U3, U6, U7, K1	Ćwiczenia
10.	Funkcje wymierne: • Funkcja wymierna, funkcja homograficzna • Miejsca zerowe funkcji wymiernej (równania i nierówności wymierne) • Rozkład funkcji wymiernej na ułamki proste	W3, U3, U6, U7	Ćwiczenia
11.	Funkcje wykładnicze i logarytmiczne: • Własności działań na potęgach • Funkcja wykładnicza (definicja, wykres, własności) • Własności logarytmów • Funkcja logarytmiczna (definicja, wykres, własności) • Równania i nierówności logarytmiczne i wykładnicze	W3, U3, U6, U7	Ćwiczenia
12.	Wartość bezwzględna: • Pojęcie wartości bezwzględnej i funkcji wartość bezwzględna, • Interpretacja geometryczna wartości bezwzględnej • Równania i nierówności z wartością bezwzględną	W3, U3, U6, U7	Ćwiczenia
13.	Funkcje trygonometryczne: • Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta, • Wykresy i własności funkcji sinus, kosinus, tangens, kotangens • Tożsamości trygonometryczne • Równania i nierówności trygonometryczne	W3, U3, U6, U7	Ćwiczenia
14.	Teoria mocy: • Pojęcie równoliczności zbiorów • Moc zbioru • Zbiory przeliczalne • Zbiory nieprzeliczalne	W1, U1, U6, U7, K1	Ćwiczenia
15.	Granice ciągów: • Ciąg, wyraz ciągu, wyraz ogólny ciągu • Ciąg ograniczony i monotoniczny • Granica ciągu, ciąg zbieżny i rozbieżny • Metody obliczania granic ciągów (działania arytmetyczne na granicach, twierdzenie o trzech ciągach)	W2, U2, U6, U7, K1	Ćwiczenia
16.	Asymptotyka: • Notacja „duże O” • Notacja „małe o”	W2, U2, U6, U7, K1	Ćwiczenia
17.	Szeregi: • Szereg, wyraz ogólny szeregu, sumy częściowe szeregu • Szereg zbieżny i rozbieżny • Warunek konieczny zbieżności szeregów • Kryteria zbieżności szeregów o wyrazach nieujemnych (kryterium porównawcze, kryterium d'Alemberta, kryterium Cauchy'ego)	W2, U2, U6, U7	Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
18.	Granica funkcji, ciągłość funkcji: • Granica funkcji w punkcie (granica obustronna, granica jednostronna) • Granica funkcji w nieskończoności • Metody obliczania granic (działania arytmetyczne na granicach funkcji) • Funkcja ciągła w punkcie i na zbiorze • Własności funkcji ciągłych (działania arytmetyczne na funkcjach ciągłych, ciągłość złożenia, ciągłość funkcji elementarnych)	W3, W4, U3, U4, U6, U7	Ćwiczenia
19.	Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej: • Pochodna funkcji jednej zmiennej pierwszego i wyższych rzędów • Metody obliczania pochodnych • Reguła de l'Hospitala • Zastosowanie pochodnych do badania funkcji (monotoniczność funkcji, ekstrema lokalne) • Szeregi potęgowe (szeregi Taylora, szeregi Maclaurina)	W2, W4, U2, U4, U6, U7, K1	Ćwiczenia
20.	Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej: • Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona • Metody całkowania (całkowanie przez podstawienie, całkowanie przez części) • Pojęcie i geometryczna interpretacja całki oznaczonej • Całka niewłaściwa	W4, U4, U6, U7	Ćwiczenia
21.	Elementy algebry liniowej: • Pojęcie macierzy, rodzaje macierzy (macierz kwadratowa, macierz symetryczna) • Podstawowe operacje na macierzach (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, transponowanie) • Wyznacznik macierzy • Macierz odwrotna	W5, U5, U6, U7, K1	Ćwiczenia
22.	Rachunek różniczkowy i całkowy funkcji wielu zmiennych: • Pojęcie funkcji wielu zmiennych • Pochodne cząstkowe pierwszego i wyższych rzędów • Zastosowanie pochodnych cząstkowych do badania funkcji wielu zmiennych (ekstrema lokalne) • Całka iterowana • Całka podwójna na prostokątach i na obszarach normalnych	W4, W5, U4, U5, U6, U7	Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Ćwiczenia	Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych)

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Ćwiczenia	1. W ciągu semestru odbędą się trzy sprawdziany: S1 – dotyczący tematów: elementy logiki matematycznej i teorii zbiorów, relacje, symbol sumy, dwumian Newtona, pierścienie $\mathbb{Z}_n$, elementy kombinatoryki, funkcje, wielomiany, S2 – dotyczący tematów: funkcje wymierne, funkcje wykładnicze i logarytmiczne, wartość bezwzględna, funkcje trygonometryczne, teoria mocy, granice ciągów, asymptotyka, szeregi, S3 – dotyczący tematów: granica funkcji, ciągłość funkcji, rachunek różniczkowy i całkowy jednej zmiennej i wielu zmiennych, elementy algebry macierzy. 2. Z każdego ze sprawdzianów S1, S2 oraz S3 można uzyskać maksymalnie 95 punktów. 3. Z zadań wykonywanych podczas zajęć można uzyskać 15 punktów. 4. Aby uzyskać zaliczenie z ćwiczeń, z S1, S2, S3 należy łącznie uzyskać co najmniej 150 punktów. 5. Osoby, które nie uzyskają zaliczenia z ćwiczeń, otrzymają ocenę niedostateczną i na końcu semestru będą mogły przystąpić do sprawdzianu poprawkowego z całości materiału. SKALA OCEN: • [270 pkt., 300 pkt.] - bdb 5,0 • [240 pkt., 270 pkt.) - db+ 4,5 • [210 pkt., 240 pkt.) - db 4,0 • [180 pkt., 210 pkt.) - dst+ 3,5 • [150 pkt., 180 pkt.) - dst 3,0 • [0 pkt., 150 pkt.) - ndst 2,0

Literatura

Obowiązkowa

1. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1993
2. G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, tomy 1-3, PWN, 1985
3. T. Gerstenkorn, T. Śródka, Kombinatoryka i rachunek prawdopodobieństwa, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1979
4. B. Gleichgewicht, Algebra. Podręcznik dla kierunków nauczycielskich studiów matematycznych, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 1983
5. W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, część 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa
6. W. Marek, J. Onyszkiewicz, Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach, PWN, 1999
7. R. Murawski, K. Świrydowicz, Wstęp do teorii mnogości, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań, 2005
8. J. Stewart, Essential Calculus, ThomsonBrooks/Cole, 2007

Dodatkowa

1. G. Banaszkiewicz i W. Gajda, Elementy algebry liniowej, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2002
2. A. Cewe, H. Nahorska, I. Pancer, Tablice matematyczne, Wydawnictwo Podkowa, Gdańsk, 1999
3. N. Dróbka, K. Szymański, Zbiór zadań z matematyki dla klasy I i II liceum ogólnokształcącego, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne, Warszawa, 1994
4. N. Dróbka, K. Szymański, Zbiór zadań z matematyki dla klasy III i IV liceum ogólnokształcącego, Wydawnictwa Szkolne i Pedagogiczne Spółka Akcyjna, Warszawa, 1998
5. B. Gdowski, E. Pluciński, Zbiór zadań dla kandydatów na wyższe uczelnie, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1971
6. R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, Matematyka konkretna, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2006
7. W. Guzicki, P. Zakrzewski, Wstęp do matematyki. Zbiór zadań, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005.
8. W. Kołodziej, Analiza matematyczna, PWN, 1978
9. W. Kryszicki, J. Bartos, W. Dyczka, K. Królikowska, W. Wasilewski, Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka w zadaniach. Część 1: Rachunek prawdopodobieństwa, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999
10. W. Marciszewski (red.), Mała encyklopedia logiki, Zakład Narodowy Imienia Ossolińskich - Wydawnictwo, Wrocław-Warszawa-Kraków, Gdańsk-Łódź, 1988
11. J. Musielak, Wstęp do matematyki, PWN, Warszawa, 1970
12. H. Musielak, J. Musielak, Analiza matematyczna, tomy 1-2, Wydawnictwo Naukowe UAM, 1993
13. Z. Palka, A. Ruciński, Wykłady z kombinatoryki, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, Poznań, 1995
14. R. J. Pawlak, A. Rychlewicz, A. Rychlewicz, K. Żylak, Matematyka krok po kroku: Matura 2002 - zbiór zadań, części I-III, Wydawnictwo Edukacyjne Res Polona Sp. z o.o., Łódź, 2001
15. A. Plucińska, E. Pluciński, Zadania z probabilistyki, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1983
16. K. A. Ross, C. R. B. Wright, Matematyka dyskretna, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005
17. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, PWN, 1976
18. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2006
19. J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2008
20. J. Sikorska, Zbiór zadań z matematyki dla studentów chemii, Wydawnictwo Uniwersytetu Śląskiego, Katowice, 2013
21. A. Sołtysiak, Analiza matematyczna, części 1-3, Wydawnictwo Naukowe UAM, 2000
22. C. Wowk, Algebra liniowa w problemach i zadaniach - skrypt dla studentów matematyki, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego, Szczecin, 1990
23. S. Zieleń, Matematyka dla [...] szkoły średniej, Wydawnictwo Nowik, Opole, 1997
24. D. G. Zill, Calculus with analytic geometry, PWS Publishers, 1985

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Ćwiczenia	75

Przygotowanie do zajęć	75
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do zaliczenia	30
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 210
Liczba punktów ECTS	ECTS 7

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
APD_K2_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do zrozumienia wagi i znaczenia matematyki i informatyki w rozwiązywaniu problemów poznawczych
APD_K2_U01	Absolwent/ka potrafi wykorzystywać zaawansowane metody, narzędzia i technologie informatyczne do rozwiązywania problemów teoretycznych i problemów praktycznych w wybranych obszarach zastosowań
APD_K2_U02	Absolwent/ka potrafi zastosować zaawansowaną wiedzę matematyczną do formułowania, analizowania i rozwiązywania złożonych zadań związanych z analizą i przetwarzaniem danych
APD_K2_U11	Absolwent/ka potrafi w sposób przystępny przedstawić fakty, problemy i ich rozwiązania z zakresu matematyki i informatyki, porozumiewać się przy użyciu różnych technik w środowisku zawodowym oraz w innych środowiskach, w tym w języku angielskim oraz z wykorzystaniem narzędzi informatycznych współczesnych metod prezentacyjnych
APD_K2_W02	Absolwent/ka zna i rozumie w pogłębionym stopniu pojęcia różnych działów matematyki niezbędne do rozwiązywania zaawansowanych problemów w analizie i przetwarzaniu danych, w szczególności metody analizy matematycznej, algebry liniowej, probabilistyki i statystyki