

Analiza funkcjonalna

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia drugiego stopnia Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2024/25 Kod zajęć 06MATS.21K.03612.24 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Koordynator zajęć	Krzysztof Piszczek	
Prowadzący zajęcia	Krzysztof Piszczek	
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest wprowadzenie do analizy funkcjonalnej, rozumianej tu jako teoria przestrzeni unormowanych i przestrzeni Banacha oraz ciągłych operatorów liniowych, działających między nimi. Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami, językiem i faktami tej teorii, w tym z klasycznymi zasadami analizy funkcjonalnej oraz zilustrowanie tej teorii przykładami zastosowań do wybranych zagadnień analizy matematycznej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna pojęcie normy, przestrzeni unormowanej, przestrzeni Banacha, podprzestrzeni domkniętej. Rozumie związek pomiędzy domkniętością a zupełnością.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	Wie, co to są przestrzenie ciągłych operatorów liniowych i przestrzenie dualne oraz kiedy są one przestrzeniami Banacha. Rozumie różnicę między zbieżnością w normie operatorowej a zbieżnością punktową.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	Zna klasyczne zasady analizy funkcjonalnej, czyli najważniejsze twierdzenia tej teorii matematycznej.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	Wie, co to są przestrzenie Hilberta. Rozumie pojęcie ortogonalności i jego znaczenie; wie, co to są układy/szeregi ortogonalne i ortonormalne. Zna twierdzenie reprezentacyjne Riesz'a oraz twierdzenie o rzucie ortogonalnym.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W5	Zna pojęcie operatora zwartego pomiędzy przestrzeniami Banacha. Zna twierdzenie o wartościach własnych operatora zwartego na nieskończenie wymiarowej przestrzeni Banacha.	MAT_K2_W01, MAT_K2_W02, MAT_K2_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi podać przykłady norm, przestrzeni unormowanych i przestrzeni Banacha. Umie sprawdzić, czy dana funkcja jest normą, bądź dana przestrzeń przestrzenią unormowaną lub Banacha.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	Potrafi podać przykłady ciągłych operatorów liniowych a także zbadać ciągłość zadanego operatora liniowego.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	Potrafi podać przykłady zastosowania klasycznych zasad analizy funkcjonalnej. Umie sprawdzić, czy w podanym kontekście zasady te zachodzą.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	Potrafi podać przykłady przestrzeni Hilberta a także sprawdzić, czy dana przestrzeń jest przestrzenią Hilberta. Potrafi sprawdzić ortogonalność podanych wektorów w przestrzeni Hilberta a także ortogonalność/ortonormalność zadanych układów.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	Potrafi podać przykłady operatorów zwartych pomiędzy przestrzeniami Banacha a także wyznaczyć widmo pewnych zwartych operatorów na ciągłych przestrzeniach Banacha.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U04, MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Kompetencji społecznych - Student/ka:			

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
K1	jest gotów/gotowa zastosować zdobytą wiedzę i uzyskane umiejętności do rozwiązywania problemów świata realnego.	MAT_K2_K02, MAT_K2_K03, MAT_K2_K05, MAT_K2_K06, MAT_K2_K07	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Normy, przestrzenie unormowane i przestrzenie Banacha. Podprzestrzenie przestrzeni unormowanych i ich zupełność. Przykłady. Ciągłość działań.	W1, U1, K1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Operatory liniowe - ich ciągłość (ograniczoność) i norma. Przestrzenie ciągłych operatorów liniowych oraz przestrzenie dualne i ich zupełność. Przestrzenie dualne do niektórych przestrzeni Banacha.	W2, U2, K1	Wykład, Ćwiczenia
3.	Klasyczne zasady analizy funkcjonalnej: twierdzenia Banacha o odwzorowaniu otwartym, o izomorfizmie i o domkniętym wykresie. Twierdzenie Banacha-Steinhaus, twierdzenie Hahna-Banacha.	W3, U3, K1	Wykład, Ćwiczenia
4.	Przestrzenie Hilberta i ich przykłady. Ortogonalność. Układy ortogonalne i ortonormalne. Twierdzenie o rozkładzie ortogonalnym. Twierdzenie reprezentacyjne Riesz.	W4, U4, K1	Wykład, Ćwiczenia
5.	Operatory zwarte między przestrzeniami Banacha; przykłady, domkniętość przestrzeni takich operatorów. Twierdzenie Schaudera. Zwarte perturbacje izomorfizmów. Alternatywa Fredholma.	W5, U5, K1	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład problemowy, Praca z tekstem, Metoda badawcza (dociekania naukowego)
Ćwiczenia	Dyskusja, Praca z tekstem, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem koniecznym przystąpienia do egzaminu jest wcześniejsze zaliczenie ćwiczeń. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5.0) - od 90% całkowitej liczby punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) - od 80% całkowitej liczby punktów, 3. dobry (db; 4) - od 70% całkowitej liczby punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) - od 60% całkowitej liczby punktów, 5. dostateczny (dst; 3) - od 50% całkowitej liczby punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2) - poniżej 50% całkowitej liczby punktów.

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Ćwiczenia	Kolokwium pisemne. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5.0) - od 90% całkowitej liczby punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) - od 80% całkowitej liczby punktów, 3. dobry (db; 4) - od 70% całkowitej liczby punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) - od 60% całkowitej liczby punktów, 5. dostateczny (dst; 3) - od 50% całkowitej liczby punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2) - poniżej 50% całkowitej liczby punktów.

Literatura

Obowiązkowa

1. J. Musielak, Wstęp do analizy funkcjonalnej, PWN, 1989.
2. R. Meise, D. Vogt, Introduction to Functional Analysis, Oxford University Press, 1997.
3. W. Rudin, Analiza funkcjonalna, PWN, 2002.
4. S. Prus, A. Stachura, Analiza funkcjonalna w zadaniach, PWN, 2007.

Dodatkowa

1. J.B. Conway, A Course in Functional Analysis, Springer-Verlag, 1985.
2. N. Dunford, J.T. Schwartz, Linear Operators. Parts I, II, III, John Wiley & Sons, 1988.
3. C. Costara, D. Popa, Exercises in functional analysis, Kluwer, 2003.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	45
Przygotowanie do zajęć	45
Przygotowanie do zaliczenia	15
Przygotowanie do egzaminu	15
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 180
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K2_K02	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do formułowania adekwatnych pytań służących zrozumieniu danego tematu i identyfikacji brakujących elementów rozumowania
MAT_K2_K03	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze i bazach danych, także w językach obcych
MAT_K2_K05	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do krytycznego przyjmowania i weryfikacji twierdzeń i wniosków, a także do wskazywania braków w ich uzasadnieniu
MAT_K2_K06	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do wyrażania zdania i jego logicznego uzasadnienia w zagadnieniach, które używają matematyki jako języka opisu
MAT_K2_K07	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do zrozumienia społecznych aspektów praktycznego stosowania zdobytej wiedzy i umiejętności matematycznych oraz związanej z tym odpowiedzialności
MAT_K2_U02	Absolwent/ka potrafi przeprowadzać rozumowania matematyczne, dowodzenie twierdzeń, jak i weryfikację hipotez drogą doboru odpowiednich przykładów
MAT_K2_U04	Absolwent/ka potrafi określić swoje zainteresowania matematyczne, posiada umiejętności samodzielnego poszerzania wiedzy matematycznej
MAT_K2_U06	Absolwent/ka potrafi odnosić pojęcia matematyczne do niematematycznych kontekstów, w analizowanych problemach potrafi dostrzec i wykorzystać struktury formalne opisywane w wybranych działach matematyki
MAT_K2_U09	Absolwent/ka potrafi posługiwać się zaawansowanymi metodami i narzędziami przynajmniej z jednej dziedziny matematyki
MAT_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie klasyczne pojęcia z zakresu matematyki i jej zastosowań oraz najważniejsze metody i twierdzenia z głównych jej działów
MAT_K2_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę, znaczenie i zasady poprawnego prowadzenia rozumowań matematycznych oraz zna różne techniki dowodzenia
MAT_K2_W04	Absolwent/ka zna i rozumie specjalistyczne zagadnienia z wybranej dziedziny matematyki