



UNIWERSYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

O obiektach, które nie powinny istnieć

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2025/26	
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.1800000PW.16858.25	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty do wyboru	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Adam Przestacki, Jerzy Kąkol		
Prowadzący zajęcia	Adam Przestacki, Jerzy Kąkol		
Okres Przedmioty do wyboru - semestr letni	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Konwersatorium: 30, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 3

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z wybranymi metodami topologii oraz teorii miary służącymi do konstrukcji obiektów o o rozmaitych, z pozoru paradoksalnych, własnościach.

Wymagania wstępne

Podstawowa wiedza z zakresu analizy rzeczywistej i zespolonej, teorii miary oraz topologii.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie wybrane pojęcia i wyniki z zakresu teorii miary, w szczególności rozumie znaczenie zbiorów miary zero.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W04	Praca pisemna
W2	zna i rozumie podstawowe pojęcia z zakresu topologii, w szczególności zna i rozumie znaczenie twierdzenia Baire'a.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W04	Praca pisemna
W3	zna i rozumie podstawowe pojęcia i wyniki z zakresu analizy funkcjonalnej.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W04	Praca pisemna
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi zbadać podstawowe własności teoriomiarowe wybranych obiektów, w szczególności potrafi uzasadnić, że zbiór jest zbiorem miary zero.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03	Praca pisemna
U2	potrafi zbadać podstawowe własności topologiczne wybranych obiektów.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U05	Praca pisemna
U3	potrafi wykazywać istnienie rozmaitych obiektów z użyciem metod teorii miarowych i topologicznych.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U05, MAT_K1_U08	Praca pisemna
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	samodzielnie wyszukuje informacje powiązane z zagadnieniami omawianymi na zajęciach.	MAT_K1_K01	Praca pisemna

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Przypomnienie i uzupełnienie wiedzy z zakresu teorii miary i całki: znaczenie zbiorów miary zero.	W1, U1, U3, K1	Konwersatorium
2.	Przypomnienie i uzupełnienie wiedzy z zakresu topologii, w tym dokładne omówienie twierdzenia Baire'a i jego konsekwencji.	W2, U2, K1	Konwersatorium
3.	Przykłady zastosowań metod teorii miary i topologii do pokazywania istnienia różnych obiektów.	W1, W2, U3, K1	Konwersatorium
4.	Omówienie podstawowych pojęć z zakresu analizy funkcjonalnej: przestrzeń Banacha i Frecheta oraz operatory liniowe na nich działające.	W3, K1	Konwersatorium
5.	Znaczenie twierdzenia Baire'a w kontekście analizy funkcjonalnej, w szczególności omówienie zasady jednostajnej ograniczoności oraz dowód istnienia "wielu" funkcji nigdzie nieróżniczkowalnych.	W2, W3, U3, K1	Konwersatorium

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
6.	Funkcje i operatory o gęstych orbitach: twierdzenie Birkhoffa o topologicznej tranzytywności i jego zastosowania.	W2, U3, K1	Konwersatorium

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Konwersatorium	Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy, Dyskusja

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Konwersatorium	Zaliczenie zajęć odbędzie się na podstawie prac pisemnych realizowanych poza zajęciami. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej

Literatura

Obowiązkowa

1. John C. Oxtoby, Measure and Category, Springer New York, 2012
2. Karl-G. Grosse-Erdmann, Alfred Peris Manguillot, Linear Chaos, Springer London, 2011

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Konwersatorium	30
Czytanie wskazanej literatury	15
Przygotowanie pracy pisemnej	30
Przygotowanie do zajęć	15
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 90
Liczba punktów ECTS	ECTS 3

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do uznania ograniczenia własnej wiedzy i umiejętności i zrozumienia potrzeby dalszego kształcenia, w tym do samodzielnego stawiania pytań, wyszukiwania informacji i ich krytycznej analizy
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi posługiwać się formalizmem matematycznym przy definiowaniu pojęć, formułowaniu twierdzeń i budowie prostych modeli matematycznych
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem analizy matematycznej oraz stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi posługiwać się pojęciami i twierdzeniami geometrii i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi rozpoznawać i rozwiązywać problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozstrzygnąć z użyciem narzędzi matematycznych
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w stopniu umożliwiającym stosowanie formalizmu matematycznego do rozwiązywania problemów z różnych obszarów wiedzy
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, metody i twierdzenia logiki matematycznej oraz teorii mnogości
MAT_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej oraz podstawy teorii równań różniczkowych