



UNIwersytet
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Algebra

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Nauczanie matematyki i informatyki		Cykl dydaktyczny 2023/24
Specjalność -		Kod zajęć 06NMIS.110K.00300.23
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Obowiązkowy
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Profil studiów profil ogólnoakademicki		
Koordynator zajęć	Maciej Radziejewski	
Prowadzący zajęcia	Maciej Radziejewski	
Okres Semestr 5	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 15, Zaliczenie z oceną - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 3

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Uzyskanie przez studenta podstawowych kompetencji w zakresie rozwiązywania równań (w ciele liczb zespolonych i w ciałach reszt modulo p), własności wielomianów, funkcji wymiernych i ułamków łańcuchowych
C2	Utrwalenie przez studenta umiejętności dowodzenia twierdzeń matematycznych

Wymagania wstępne

Wiadomości podstawowe (zbiory, funkcje, działania na funkcjach, zasada indukcji, zapis sum i iloczynów, podstawowe wiadomości z kombinatoryki) oraz znajomość materiału z kursów "Wstęp do Algebry i Teorii Liczb" i "Algebra Liniowa".

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	rozumie pojęcia i zna własności wielomianów, funkcji wymiernych, podzielności wielomianów, ich NWD i NWW, rozkładu na czynniki nierozkładalne, pierwiastków i pierwiastków wielokrotnych, rozkładu na ułamki proste, ułamka łańcuchowego, a także dowody tych własności	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
W2	posiada dogłębne zrozumienie niektórych zagadnień algebry, których najprostsze wersje są objęte programem szkolnym	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04, NMI_K1_W05	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
W3	zna zasadnicze twierdzenie algebry, jego dowód i konsekwencje, a także własności pierwiastków z liczby zespolonej, w tym pierwiastków stopnia n z jedynki	NMI_K1_W02, NMI_K1_W04, NMI_K1_W05	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
W4	zna i rozumie pojęcie ułamka łańcuchowego i jego związek z Algorytmem Euklidesa	NMI_K1_W02, NMI_K1_W05	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi wyznaczać pierwiastki stopnia n z liczby zespolonej zadanej w postaci trygonometrycznej, wyznaczać pierwiastek kwadratowy z liczby zespolonej zadanej w postaci algebraicznej, rozwiązywać równania w liczbach zespolonych, w których niewiadoma występuje w jednym miejscu, równania stopnia 2 i takie, które łatwo dają się sprowadzić do powyższych	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
U2	potrafi obliczać odwrotność w ciele reszt modulo p , znajdować pierwiastki drugiego stopnia, o ile istnieją, rozwiązywać równania w takim ciele, w których niewiadoma występuje w jednym miejscu, równania stopnia 2 i takie, które łatwo dają się sprowadzić do powyższych	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
U3	potrafi wykonywać działania na wielomianach o współczynnikach zespolonych lub z ciała reszt modulo p (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie z resztą, NWD za pomocą Algorytmu Euklidesa)	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
U4	potrafi przeprowadzać logiczne rozumowania dotyczące podzielności wielomianów i własności NWD i NWW wielomianów	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U5	potrafi dowodzić nierozkładalności niektórych wielomianów niskich stopni i znajdować rozkład niektórych wielomianów na czynniki nierozkładalne	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
U6	stosować własności pierwiastków wielokrotnych do rozwiązywania równań wielomianowych	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
U7	potrafi znajdować rozkład niektórych funkcji wymiernych na ułamki proste	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
U8	potrafi stosować rozwinięcie w ułamek łańcuchowy do przybliżania liczb wymiernych liczbami o mniejszym mianowniku, porównywania liczb wymiernych oraz przybliżania i porównywanie liczb niewymiernych	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna
U9	potrafi, pracując indywidualnie lub w grupie, układać zadania na tematy w zakresie treści kursu	NMI_K1_U02, NMI_K1_U04, NMI_K1_U05, NMI_K1_U12, NMI_K1_U16, NMI_K1_U17	Kolokwium pisemne, Kolokwium ustne, Projekt, Wypowiedź ustna

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Podstawowe zagadnienia dotyczące wielomianów o współczynnikach z ciała algebraicznego: ciało, ciało liczbowe, wielomian, współczynniki, stopień, współczynnik przy najwyższej potęgze, funkcja wielomianowa, suma i iloczyn wielomianów, stopień sumy i iloczynu; pierścień $K[x]$ — definicja, brak dzielników zera, prawo skracania, podzielność i jej podstawowe własności, relacja stowarzyszenia i wielomiany unormowane; złożenie wielomianów i jego stopień; twierdzenie o liczbie różnych pierwiastków wielomianu o współczynnikach z ciała, twierdzenie o jednoznacznej określoności wielomianu stopnia nie większego niż n przez wyznaczenie wartości funkcji wielomianowej w $n+1$ punktach, wniosek dla ciał nieskończonych, pochodna i jej własności.	W1, W2, U3, U4, U5, U9	Wykład
2.	Arytmetyka $K[x]$: dzielenie z resztą, twierdzenie Bézouta, NWD i NWW dwóch wielomianów; algorytm Euklidesa, własności NWD i NWW; wielomiany nierozkładalne i ich własności, jednoznaczność rozkładu.	W1, W2, U3, U4, U5, U9	Wykład

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
3.	Pierwiastki wielomianu: pojęcie pierwiastka, pierwiastki wielokrotne, twierdzenie o sumie krotności pierwiastków wielomianu stopnia n , zmniejszanie krotności przy różniczkowaniu, usuwanie pierwiastków wielokrotnych i wykorzystanie ich w rozwiązywaniu równań.	W1, W2, W3, U1, U2, U5, U6, U9	Wykład
4.	Funkcje wymierne: pojęcie funkcji wymiernej i jej wartości, jednoznaczność przedstawienia funkcji wymiernej w postaci ułamka nieskracalnego, ciało $K(x)$, liczba miejsc zerowych funkcji wymiernej o liczniku stopnia n , jednoznaczność określenia funkcji wymiernej przez wyznaczenie wartości w nieskończenie wielu punktach, rozkład na ułamki proste (istnienie i jednoznaczność).	W1, W2, U7, U9	Wykład
5.	Zasadnicze twierdzenie algebry: sformułowanie, dowód, wnioski dotyczące rozkładów wielomianów zespolonych i rzeczywistych.	W1, W3, U1, U4, U9	Wykład
6.	Liczby zespolone: pierwiastki stopnia n z liczby zespolonej zadanej w postaci trygonometrycznej, pierwiastki stopnia n z 1, pierwiastek kwadratowy — obliczanie metodą rombu, rozwiązywanie równań, w których niewiadoma występuje w jednym miejscu, rozwiązywanie równań stopnia 2, rozwiązywanie równań, które da się łatwo sprowadzić do równań stopnia 1 i 2.	W1, W2, W3, U1, U9	Ćwiczenia
7.	Ciała reszt modulo p : metody znajdowania odwrotności, także za pomocą rozszerzonego Algorytmu Euklidesa, metody wyciągania pierwiastka 2. stopnia, rozwiązywanie równań, w których niewiadoma występuje w jednym miejscu, rozwiązywanie równań stopnia 2, rozwiązywanie równań, które da się łatwo sprowadzić do równań stopnia 1 i 2.	W1, W2, U2, U9	Ćwiczenia
8.	Działania na wielomianach o współczynnikach zespolonych i z ciała reszt modulo p : dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie z resztą Algorytm Euklidesa NWD	W1, W2, U3, U9	Ćwiczenia
9.	Dowodzenie faktów dotyczących podzielności wielomianów: podstawowych własności relacji podzielności, różnych własności związanych ze względną pierwszością, własności NWD i NWW.	W1, W2, U4, U9	Ćwiczenia
10.	Rozkład na czynniki nierozkładalne: nierozkładalność wielomianów stopnia 1, nierozkładalność wielomianów stopnia 2 i 3 pozbawionych pierwiastków, rozkładanie wielomianów na czynniki nierozkładalne nad różnymi ciałami.	W1, W2, U5, U9	Ćwiczenia
11.	Pierwiastki wielokrotne: rozwiązywanie równań wielomianowych z pierwiastkami wielokrotnymi.	W1, W2, U6, U9	Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
12.	Znajdowanie rozkładu funkcji wymiernej na ułamki proste, uzasadnianie, dlaczego dany rozkład jest bądź nie jest rozkładem na ułamki proste.	W1, W2, U7, U9	Ćwiczenia
13.	Ułamki łańcuchowe: przybliżanie liczb wymiernych liczbami o mniejszym mianowniku, porównywanie liczb wymiernych, przybliżanie i porównywanie liczb niewymiernych,	W1, W2, W4, U8, U9	Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Uzyskanie oceny z wykładu wymaga uprzedniego uzyskania z ćwiczeń oceny 3,0 lub wyższej. Projekt będzie realizowany w grupach po 2-3 osoby i będzie polegał na ułożeniu zadań mogących zweryfikować umiejętności nabyte na kursie, na wykładzie i ćwiczeniach. Kolokwium ustne będzie polegało na indywidualnym rozwiązaniu wybranego przez prowadzącego zadania (spośród zaproponowanych przez grupę lub, jeśli będą one niewystarczające, z zakresu treści kursu) oraz na odpowiedzi na pytania dotyczące zadania, rozwiązania i możliwych błędów w rozwiązaniu. Ocena z wykładu będzie wystawiana na podstawie sumy punktów za projekt i odpowiedź ustną, wg. skali 90% — 5,0; 80% — 4,5; 70% — 4,0; 60% — 3,5; 50% — 3,0; poniżej 50% punktów — niedostateczny;
Ćwiczenia	Ocena z ćwiczeń będzie wystawiana na podstawie sumy punktów za kolokwia, wg. skali 90% — 5,0; 80% — 4,5; 70% — 4,0; 60% — 3,5; 50% — 3,0; poniżej 50% punktów — niedostateczny; W trakcie ćwiczeń będzie możliwość zdobycia ocen za odpowiedzi ustne przy tablicy. Oceny takie mogą zastąpić punkty za odpowiednie zadania na kolokwium.

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Mostowski, A. Stark, Elementy algebry wyższej, wyd. siódme, PWN, 1974.

Dodatkowa

1. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, 2000.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	15
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	10
Czytanie wskazanej literatury	10
Przygotowanie projektu	10
Przygotowanie do zaliczenia	15
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 90
Liczba punktów ECTS	ECTS 3

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
NMI_K1_U02	Absolwent/ka potrafi posługiwać się metodami i aparatem pojęciowym algebry i teorii liczb oraz algebry liniowej i geometrii,
NMI_K1_U04	Absolwent/ka potrafi prowadzić matematyczne rozumowania i dokonywać złożonych obliczeń oraz wykazywać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego,
NMI_K1_U05	Absolwent/ka potrafi mówić o zagadnieniach matematycznych i informatycznych poprawnym, zrozumiałym językiem,
NMI_K1_U12	Absolwent/ka potrafi dobierać, tworzyć i dostosowywać do potrzeb uczniów materiały i środki, oraz metody dydaktyczne, wychowawcze i opiekuńcze,
NMI_K1_U16	Absolwent/ka potrafi współpracować z członkami społeczności szkolnej, w tym pracować w zespołach,
NMI_K1_U17	Absolwent/ka potrafi doskonalić własny warsztat pracy nauczyciela,
NMI_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i twierdzenia algebry i teorii liczb oraz algebry liniowej i geometrii,
NMI_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, przykłady ilustrujące konkretne pojęcia matematyczne oraz kontrprzykłady pozwalające obalić błędne hipotezy,
NMI_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie złożone zależności występujące w obrębie wiedzy matematycznej i informatycznej,