



UNIwersYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Algebra

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2023/24	
Specjalność Statystyka i analiza danych		Kod zajęć 06MATSADS.18K.00300.23	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Jolanta Marzec-Ballesteros		
Prowadzący zajęcia	Jolanta Marzec-Ballesteros		
Okres Semestr 4	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	zapoznanie studentów z różnymi strukturami algebraicznymi oraz z przeprowadzaniem rozumowań dot. abstrakcyjnych pojęć algebraicznych.
C2	zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii grup.
C3	zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii pierścieni.
C4	zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii ciał.
C5	uświadomienie studentom problemów związanych z szeroko rozumianą algebrą abstrakcyjną i jej zastosowaniami

Wymagania wstępne

Od studenta oczekuje się znajomości podstawowych pojęć teorii mnogości, algebry, algebry liniowej i teorii liczb.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia z teorii grup	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia w teorii pierścieni	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia z teorii ciał	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi prowadzić rozumowania algebraiczne na poziomie ogólności właściwym dla algebry abstrakcyjnej	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	potrafi liczyć rząd elementu w grupie, określić, czy dane grupy są izomorficzne, czy dana grupa jest cykliczna; konstruować homomorfizmy pomiędzy danymi grupami; stosować i twierdzenie o izomorfizmie; stosować konstrukcje grupy ilorazowej, iloczynu prostego i sumy prostej grup; posługiwać się pojęciami dzielnika normalnego, potrafi zastosować metody działań grup na zbiorach; potrafi szukać podgrup i dzielników normalnych w zadanych grupach; potrafi posługiwać się grupami symetrycznymi w rozwiązywaniu różnorodnych problemów, potrafi zastosować teorię grup w klasycznych kryptosystemach (np. RSA), itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U3	potrafi określić, czy dany podzbiór pierścienia jest podpierścieniem, ideałem, czy dany ideał jest pierwszy, maksymalny, główny; potrafi znaleźć nilpotenty, idempotenty, jedności, dzielniki zera w pierścieniu przemiennym z jedyneką; stosować konstrukcje pierścienia ilorazowego, iloczynu prostego i sumy prostej pierścieni, ciała ułamków i pierścienia wielomianów; potrafi wskazać zastosowania wielomianów w praktyce; potrafi określić, czy dany element dziedziny całkowitości jest pierwszy, nierozkładalny; potrafi posługiwać się podstawowymi pierścieniami euklidesowymi w rozwiązywaniu zadań, itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi konstruować rozszerzenia ciał za pomocą wielomianów minimalnych, określić stopień rozszerzenia ciał; potrafi zastosować w rozwiązywaniu zadań różnorodne wieże rozszerzeń skończonych zawarte w danym rozszerzeniu skończonym, itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi dowodzić i formułować fakty i twierdzenia algebry abstrakcyjnej oraz formułować definicje algebry abstrakcyjnej	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Grupy: definicja grupy, rząd grupy, rząd elementu, podgrupy, warstwy, twierdzenie Lagrange'a, dzielnik normalny, działanie grupy na zbiorze, grupy symetryczne, grupy proste, grupy cykliczne, wykorzystanie pojęcia rzędu grupy i grup cyklicznych w kryptografii, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
2.	Homomorfizmy grup: definicja homomorfizmu, jądro, obraz, grupy ilorazowe, dzielniki normalne jako jądra homomorfizmów, mono-, epi- i izomorfizmy, I twierdzenie o izomorfizmie, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
3.	Suma prosta grup: definicje, twierdzenia i konstrukcje w różnorodnych zagadnieniach	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
4.	Grupy cykliczne: zbiory generatorów, pogrupa generowana przez zbiór, klasyfikacja grup cyklicznych, podgrupy i obrazy homomorficzne, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
5.	Grupy symetryczne: twierdzenie Cayleya, rozkłady na cykle i transpozycje, znak i rząd permutacji, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
6.	Pierścienie: definicja, pierścienie przemienne, z jedyneką, elementy odwracalne, dzielniki zera, nilpotenty, idempotenty, dziedziny całkowitości, ciała, homomorfizmy, jądra, obrazy, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
7.	Ideały i pierścienie ilorazowe: ideały, podpierścienie, pierścienie ilorazowe, I twierdzenie o izomorfizmie, generatory, ideały główne, działania na ideałach, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
8.	Pierścienie przemienne: ideały pierwsze i maksymalne, twierdzenie o istnieniu ideału maksymalnego, twierdzenie chińskie o resztach, sumy proste pierścieni, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
9.	Lokalizacja i ciało ułamków: podzbiory multiplikatywne, konstrukcja lokalizacji pierścienia względem zbioru multiplikatywnego, ciało ułamków, własność uniwersalności lokalizacji, lokalizacja względem ideału pierwszego, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
10.	Pierścienie wielomianów jednej i wielu zmiennych. Pierścień wielomianów jednej zmiennej nad ciałem jako przykład pierścienia euklidesowego. Przykłady ideałów pierwszych, które nie są maksymalne w pierścieniach wielomianów wielu zmiennych. Formy dwuliniowe jako przykład wielomianów wielu zmiennych drugiego stopnia i ich zastosowanie w naukach empirycznych. Wielomian definiujący krzywą eliptyczną jako przykład wielomianu wielu zmiennych i wykorzystanie w kryptografii.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
11.	Teoria podzielności w półgrupach i dziedzinach całkowitości: relacja stowarzyszenia, elementy pierwsze, nierozkładalne, dziedziny z jednoznacznością rozkładu, NWD, NWW, dziedziny ideałów głównych, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
12.	Teoria ciał: elementy algebraiczne, przestępne, wielomian minimalny, baza i stopień rozszerzenia, wieże rozszerzeń, ciała algebraicznie domknięte, itp.	W3, U1, U4, U5	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład problemowy, Dyskusja, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"
Ćwiczenia	Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Odbędzie się egzamin. Typ egzaminu zależy od oceny zdobytej na ćwiczeniach: - osoby, które uzyskają z ćwiczeń ocenę 5,0 przystępują tylko do 15–30-minutowego egzaminu ustnego; - osoby, które uzyskają z ćwiczeń ocenę 4,5 mają możliwość wyboru przystąpienia tylko do 30 – 60-minutowego egzaminu ustnego; - osoby, które uzyskają z ćwiczeń oceny 3,0 – 4,5 przystępują do egzaminu pisemnego. Ocena z egzaminu pisemnego zależy od udziału procentowego zdobytych punktów; stosowana będzie następująca skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 90% punktów; dobry plus (db+; 4,5): powyżej 80% punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 70% punktów; dostateczny plus (dst+; 3,5): powyżej 60% punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów lub mniej. Egzamin ustny będzie składał się z kilku pytań na poziomie oceny bardzo dobrej, np. wypowiedź twierdzenia i szkic jego dowodu, opisanie zależności pomiędzy różnymi obiektami lub twierdzeniami, opisanie zastosowania danego obiektu. Ocena będzie zależeć od kompletności odpowiedzi, rodzaju/ilości popełnionych błędów, umiejętności poprawienia błędu po otrzymaniu wskazówki.
Ćwiczenia	W trakcie ćwiczeń odbędą się dwa kolokwia, z których łącznie będzie można zdobyć 100% punktów. Ponadto przyznawane będą bonusowe punkty za aktywność, maksymalnie 10% wszystkich punktów. Ocena będzie wyliczona według następującej skali: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 90% punktów; dobry plus (db+; 4,5): powyżej 80% punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 70% punktów; dostateczny plus (dst+; 3,5): powyżej 60% punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów lub mniej. W przypadku nieuzyskania zaliczenia z ćwiczeń, odbędzie się jedno kolokwium poprawkowe na końcu semestru.

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Białyński-Birula, Zarys algebry, Biblioteka Matematyczna t. 63., PWN, 1987
2. J. Browkin, Teoria ciał, PWN, 1977
3. D. S. Dummit, R. M. Foote, Abstract algebra, John Wiley & Sons, 2004
4. J.F. Humphreys, A Course in Group Theory, Oxford University Press, 1996
5. A. Prószczyński, Algebra z teorią liczb, wyd. UKW, 2009

Dodatkowa

1. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, Algebra współczesna z zastosowaniami, WNT, Warszawa 2008
2. A. Kostrikin, Wstęp do algebry, Podstawowe struktury algebraiczne, t. 3, PWN, Warszawa 2005
3. S. Lang, Algebra, PWN, 1973
4. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa 2008
5. M. Bryński, J. Jurkiewicz, Zbiór zadań z algebry, PWN, Warszawa 1978

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
------------------------	---

Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do egzaminu	15
Przygotowanie do zaliczenia	15
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem logiki matematycznej, teorii mnogości z uwzględnieniem algebry zbiorów, rachunku kwantyfikatorów, relacji porządkujących i relacji równoważności w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretnej