



UNIWERSYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Algebra

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2024/25	
Specjalność Statystyka i analiza danych		Kod zajęć 06MATSADS.18K.00300.24	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Grzegorz Banaszak		
Prowadzący zajęcia	Grzegorz Banaszak		
Okres Semestr 4	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	zapoznanie studentów z różnymi strukturami algebraicznymi oraz z przeprowadzaniem rozumowań dot. abstrakcyjnych pojęć algebraicznych.
C2	zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii grup.
C3	zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii pierścieni.
C4	zapoznanie studentów z wybranymi pojęciami, metodami i wynikami dot. teorii ciał.
C5	uświadomienie studentom problemów związanych z szeroko rozumianą algebrą abstrakcyjną i jej zastosowaniami

Wymagania wstępne

Od studenta oczekuje się znajomości podstawowych pojęć teorii mnogości, algebry, algebry liniowej i teorii liczb, w zakresie następujących przedmiotów:

- Wstęp do algebry i teorii liczb
- Wstęp do matematyki
- Algebra liniowa 1
- Algebra liniowa 2

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia z teorii grup	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia w teorii pierścieni	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	zna i rozumie pojęcia, definicje, podstawowe własności i twierdzenia z teorii ciał	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi prowadzić rozumowania algebraiczne na poziomie ogólności właściwym dla algebry abstrakcyjnej	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U2	potrafi liczyć rząd elementu w grupie, określić, czy dane grupy są izomorficzne, czy dana grupa jest cykliczna; konstruować homomorfizmy pomiędzy danymi grupami; stosować i twierdzenie o izomorfizmie; stosować konstrukcje grupy ilorazowej, iloczynu prostego i sumy prostej grup; posługiwać się pojęciami dzielnika normalnego, potrafi zastosować metody działań grup na zbiorach; potrafi szukać podgrup i dzielników normalnych w zadanych grupach; potrafi posługiwać się grupami symetrycznymi w rozwiązywaniu różnorodnych problemów, potrafi zastosować teorię grup w klasycznych kryptosystemach (np. RSA), itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	potrafi określić, czy dany podzbiór pierścienia jest podpierścieniem, ideałem, czy dany ideał jest pierwszy, maksymalny, główny; potrafi znaleźć nilpotenty, idempotenty, jedności, dzielniki zera w pierścieniu przemiennym z jedyneką; stosować konstrukcje pierścienia ilorazowego, iloczynu prostego i sumy prostej pierścieni, ciała ułamków i pierścienia wielomianów; potrafi wskazać zastosowania wielomianów w praktyce; potrafi określić, czy dany element dziedziny całkowitości jest pierwszy, nierozkładalny; potrafi posługiwać się podstawowymi pierścieniami euklidesowymi w rozwiązywaniu zadań, itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi konstruować rozszerzenia ciał za pomocą wielomianów minimalnych, określić stopień rozszerzenia ciał; potrafi zastosować w rozwiązywaniu zadań różnorodne wieże rozszerzeń skończonych zawarte w danym rozszerzeniu skończonym, itp.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi dowodzić i formułować fakty i twierdzenia algebry abstrakcyjnej oraz formułować definicje algebry abstrakcyjnej	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U03, MAT_K1_U04, MAT_K1_U05, MAT_K1_U06, MAT_K1_U10	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Grupy: definicja grupy, rząd grupy, rząd elementu, podgrupy, warstwy, twierdzenie Lagrange'a, dzielnik normalny, działanie grupy na zbiorze, grupy symetryczne, grupy proste, grupy cykliczne, wykorzystanie pojęcia rzędu grupy i grup cyklicznych w kryptografii, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
2.	Homomorfizmy grup: definicja homomorfizmu, jądro, obraz, grupy ilorazowe, dzielniki normalne jako jądra homomorfizmów, mono-, epi- i izomorfizmy, I twierdzenie o izomorfizmie, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
3.	Suma prosta grup: definicje, twierdzenia i konstrukcje w różnorodnych zagadnieniach	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
4.	Grupy cykliczne: zbiory generatorów, podgrupa generowana przez zbiór, klasyfikacja grup cyklicznych, podgrupy i obrazy homomorficzne, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
5.	Grupy symetryczne: twierdzenie Cayleya, rozkłady na cykle i transpozycje, znak i rząd permutacji, itp.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
6.	Pierścienie: definicja, pierścienie przemienne, z jedyneką, elementy odwracalne, dzielniki zera, nilpotenty, idempotenty, dziedziny całkowitości, ciała, homomorfizmy, jądra, obrazy, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
7.	Ideały i pierścienie ilorazowe: ideały, podpierścienie, pierścienie ilorazowe, I twierdzenie o izomorfizmie, generatory, ideały główne, działania na ideałach, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
8.	Pierścienie przemienne: ideały pierwsze i maksymalne, twierdzenie o istnieniu ideału maksymalnego, twierdzenie chińskie o resztach, sumy proste pierścieni, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
9.	Lokalizacja i ciało ułamków: podzbiory multiplikatywne, konstrukcja lokalizacji pierścienia względem zbioru multiplikatywnego, ciało ułamków, własność uniwersalności lokalizacji, lokalizacja względem ideału pierwszego, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
10.	Pierścienie wielomianów jednej i wielu zmiennych. Pierścień wielomianów jednej zmiennej nad ciałem jako przykład pierścienia euklidesowego. Przykłady ideałów pierwszych, które nie są maksymalne w pierścieniach wielomianów wielu zmiennych. Formy dwuliniowe jako przykład wielomianów wielu zmiennych drugiego stopnia i ich zastosowanie w naukach empirycznych. Wielomian definiujący krzywą eliptyczną jako przykład wielomianu wielu zmiennych i wykorzystanie w kryptografii.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
11.	Teoria podzielności w półgrupach i dziedzinach całkowitości: relacja stowarzyszenia, elementy pierwsze, nierozkładalne, dziedziny z jednoznacznością rozkładu, NWD, NWW, dziedziny ideałów głównych, itp.	W2, U1, U3, U5	Wykład, Ćwiczenia
12.	Teoria ciał: elementy algebraiczne, przestępne, wielomian minimalny, baza i stopień rozszerzenia, wieże rozszerzeń, ciała algebraicznie domknięte, itp.	W3, U1, U4, U5	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
-------------	----------------------------------

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład problemowy, Dyskusja, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"
Ćwiczenia	Dyskusja, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego), Metoda aktywizująca - "burza mózgów"

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Odbędzie się w sesji egzamin pisemny (maksymalnie do zdobycia 200 punktów). Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny (3.0). Obowiązuje następująca skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 185 punktów; dobry plus (db+; 4,5): powyżej 165 punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 145 punktów; dostateczny plus (dst+; 3,5): powyżej 125 punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 100 punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 100 punktów lub mniej.
Ćwiczenia	W trakcie ćwiczeń odbędą się dwa kolokwia. Z każdego będzie można zdobyć maksymalnie 100 punktów. Obowiązuje następująca skala ocen: bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 185 punktów; dobry plus (db+; 4,5): powyżej 165 punktów; dobry (db; 4,0): powyżej 145 punktów; dostateczny plus (dst+; 3,5): powyżej 125 punktów; dostateczny (dst; 3,0): powyżej 100 punktów; niedostateczny (ndst; 2,0): 100 punktów lub mniej . W przypadku nieuzyskania zaliczenia z ćwiczeń odbędzie się jedno kolokwium poprawkowe na końcu semestru.

Literatura

Obowiązkowa

1. Andrzej Białynicki-Birula, Zarys algebry, Biblioteka Matematyczna t. 63., PWN, 1987
2. Jerzy Browkin, Teoria ciał, PWN, 1977
3. J.F. Humphreys, A Course in Group Theory, Oxford University Press, 1996
4. Serge Lang, Algebra, PWN, 1973

Dodatkowa

1. Jerzy Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, Warszawa 2008
2. Aleksiej Kosstrykin, Wstęp do algebry, Podstawowe struktury algebraiczne, t. 3, PWN, Warszawa 2005

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30

Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do egzaminu	15
Przygotowanie do zaliczenia	15
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem logiki matematycznej, teorii mnogości z uwzględnieniem algebry zbiorów, rachunku kwantyfikatorów, relacji porządkujących i relacji równoważności w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretniej