



UNIwersytet
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Algorytmy grafowe

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Nauczanie matematyki i informatyki		Cykl dydaktyczny 2025/26
Specjalność -		Kod zajęć 06NMIS.22K.00285.25
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski
Poziom studiów studia drugiego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Profil studiów profil ogólnoakademicki		
Koordynator zajęć	Katarzyna Rybarczyk-Krzywdzińska	
Prowadzący zajęcia	Katarzyna Rybarczyk-Krzywdzińska	
Okres Semestr 2	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 15, Egzamin • Laboratorium: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	zapoznanie studentów z podstawowymi i zaawansowanymi pojęciami i koncepcjami związanymi z teorią grafów
C2	przekazanie wiedzy z zakresu klasycznych algorytmów grafowych, ich działania
C3	przekazanie wiedzy z zakresu metod analizy efektywności i poprawności algorytmów grafowych
C4	zapoznanie studentów z praktycznymi zastosowaniami algorytmów grafowych
C5	uświadomienie studentom problemów z praktyczną implementacją niektórych algorytmów, związaną z ich złożonością obliczeniową (problem $P=NP$ w teorii grafów)

Wymagania wstępne

podstawowe metody analizy algorytmów, podstawy programowania w Pythonie

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna podstawowe pojęcia, twierdzenia i własności grafowe	NMI_K2_W01, NMI_K2_W02, NMI_K2_W03	Egzamin pisemny, teoretyczne zadania częstkowe rozwiązywane samodzielnie, małe zadania programistyczne
W2	zna podstawowe problemy algorytmiczne związane z teorią grafów i rozwiązujące je algorytmy	NMI_K2_W01, NMI_K2_W02, NMI_K2_W03, NMI_K2_W04, NMI_K2_W06	Egzamin pisemny, teoretyczne zadania częstkowe rozwiązywane samodzielnie, małe zadania programistyczne
W3	zna i rozumie problemy teoretyczne związane ze złożonością obliczeniową algorytmów grafowych	NMI_K2_W04, NMI_K2_W06	Egzamin pisemny
W4	zna i rozumie niektóre dowody twierdzeń z teorii grafów	NMI_K2_W01, NMI_K2_W02, NMI_K2_W03	Egzamin pisemny
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi zaimplementować podstawowe algorytmy grafowe	NMI_K2_U04, NMI_K2_U05	teoretyczne zadania częstkowe rozwiązywane samodzielnie, małe zadania programistyczne
U2	potrafi sprowadzić prosty rzeczywisty problem do problemu podanego w języku teorii grafów, rozwiązywalnego za pomocą pewnego algorytmu grafowego	NMI_K2_U02, NMI_K2_U04, NMI_K2_U07	Egzamin pisemny, teoretyczne zadania częstkowe rozwiązywane samodzielnie, małe zadania programistyczne
U3	potrafi przeanalizować poprawność i efektywność niektórych algorytmów grafowych	NMI_K2_U02, NMI_K2_U03, NMI_K2_U04	Egzamin pisemny

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U4	potrafi udowodnić niektóre twierdzenia z zakresu teorii grafów	NMI_K2_U01, NMI_K2_U02, NMI_K2_U03	Egzamin pisemny

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Podstawowe definicje grafowe: definicja grafu (prostego, skierowanego, multigrafu, grafu z wagami), szczególne grafy (np. graf pełny, cykl, ścieżka), podstawowe definicje (np. stopień, podgraf), komputerowe reprezentacje grafu.	W1, U1, U3	Wykład, Laboratorium
2.	Przeszukiwanie grafów, algorytmy DFS i BFS.	W1, W2, W3, U1, U3	Wykład, Laboratorium
3.	Minimalne drzewa rozpięte: podstawowe pojęcia (las, drzewo, krawędź cięcia, waga drzewa), zastosowania, algorytmy: algorytm Kruskala, algorytm Prima.	W1, W2, W3, W4, U1, U2, U3, U4	Wykład, Laboratorium
4.	Najkrótsze ścieżki: definicje (spacer, ścieżka, waga spaceru, odległość), zastosowania, algorytmy: BFS w kontekście najkrótszych ścieżek, algorytm Dijkstry, algorytm Floyda-Warshalla.	W1, W2, W3, U1, U2, U3	Wykład, Laboratorium
5.	Skojarzenia: definicje, własności skojarzeń, zastosowania (problem przydziału zadań), algorytmy: metoda węgierska, algorytm Kuhna-Munkresa	W1, W2, W3, W4, U2, U3, U4	Wykład, Laboratorium
6.	Obchody Eulera: definicje, charakteryzacja grafów Eulera, algorytm Fleury'ego, problem chińskiego listonosza z algorytmem (z wykorzystaniem modyfikacji algorytmu Fleury'ego)	W1, W2, W3, U2, U3	Wykład, Laboratorium
7.	Cykle Hamiltona: definicje, twierdzenia, zastosowania (problem podróżującego komiwojażera), algorytm Roberta-Floresa.	W1, W2, W3, U2, U3	Wykład, Laboratorium
8.	Problemy NP w teorii grafów: kwestia pytania, czy $P=NP$, przykłady problemów grafowych NP-zupełnych	W1, W2, W3, U3	Wykład, Laboratorium
9.	Grafy wokół nas: ujmowanie problemów „rzeczywistych” w języku grafowym, pakiet NetworkX	W2, U1, U2	Wykład, Laboratorium

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Laboratorium	Rozwiązywanie zadań praktycznych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem koniecznym zaliczenia wykładu jest zaliczenie ćwiczeń. Podstawą zaliczenia wykładu jest egzamin pisemny. Progi punktowe na oceny: 3.0: $\geq 50\%$ 3.5: $\geq 60\%$ 4.0: $\geq 70\%$ 4.5: $\geq 80\%$ 5.0: $\geq 90\%$
Laboratorium	Warunkiem zaliczenia jest aktywne rozwiązywanie zadań cząstkowych na zajęciach i w domu oraz frekwencja na zajęciach. Progi na oceny: 3.0: wykonane co najmniej 85% zadań z zakresu podstawowego; 3.5: wykonane co najmniej 90% zadań z zakresu podstawowego; 4.0: wykonane zadania z zakresu podstawowego; 4.5: wykonane niektóre zadania z zakresu dodatkowego; 5.0: wykonane wszystkie zadania z zakresu dodatkowego.

Literatura

Obowiązkowa

1. T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, C. Stein, Wprowadzenie do algorytmów, PWN
2. Z. Lonc, Wstęp do algorytmicznej teorii grafów, Centrum Studiów Zaawansowanych PW, 2010.

Dodatkowa

1. W. Kocay, D.L. Kreher, Graphs, algorithms, and optimization, Chapman and Hall/CRC Press
2. R. J. Wilson, Wprowadzenie do teorii grafów, PWN

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	15
Laboratorium	30
Przygotowanie do egzaminu	45
Przygotowanie do zajęć	30
Inne	30
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
NMI_K2_U01	Absolwent/ka potrafi biegle posługiwać się aparatem pojęciowym głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki,
NMI_K2_U02	Absolwent/ka potrafi dowodzić i wykorzystywać twierdzenia wybranych działów matematyki, w szczególności analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki; stosować je w innych działach matematyki i w informatyce,
NMI_K2_U03	Absolwent/ka potrafi przeprowadzać złożone rozumowania matematyczne; dowodzić twierdzenia, weryfikować hipotezy drogą doboru odpowiednich przykładów i kontrprzykładów,
NMI_K2_U04	Absolwent/ka potrafi rozwiązywać problemy z wykorzystaniem pojęć i narzędzi informatyki, w szczególności zastosować, projektować, analizować i porównywać algorytmy, dobierać odpowiednie struktury danych dla danego algorytmu,
NMI_K2_U05	Absolwent/ka potrafi programować w wybranym języku programowania,
NMI_K2_U07	Absolwent/ka potrafi wyrażać treści matematyczne i informatyczne, w mowie i piśmie, dostosowując precyzję sformułowań do poziomu i potrzeb odbiorców; opisać zastosowania matematyki i informatyki,
NMI_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie zaawansowane pojęcia głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki,
NMI_K2_W02	Absolwent/ka zna i rozumie twierdzenia głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki; zna ich znaczenie i zastosowanie w poznanych działach matematyki i innych dziedzinach wiedzy,
NMI_K2_W03	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, zasady poprawnego prowadzenia rozumowań matematycznych oraz zaawansowane techniki dowodzenia,
NMI_K2_W04	Absolwent/ka zna i rozumie działanie oraz zastosowanie zaawansowanych algorytmów (w tym algorytmy grafowe, tekstowe i geometryczne), metody projektowania i analizowania złożoności obliczeniowej algorytmów,
NMI_K2_W06	Absolwent/ka zna i rozumie pojęcia i metody wybranych działów informatyki, w szczególności te, które znajdują się w podstawie programowej i programach nauczania przedmiotu informatyka w szkołach ponadpodstawowych,