UNIWERSYTET IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

Topologia

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka **Specjalność** Matematyka teoretyczna **Jednostka organizacyjna** Wydział Matematyki i Informatyki **Poziom studiów** studia pierwszego stopnia **Forma studiów** studia stacjonarne **Profil studiów** profil ogólnoakademicki	**Cykl dydaktyczny** 2023/24 **Kod zajęć** 06MATTEOS.14K.00312.23 **Języki wykładowe** polski **Obligatoryjność** Obowiązkowy **Blok zajęciowy** Przedmioty kierunkowe

Koordynator zajęć	Jerzy Kąkol
Prowadzący zajęcia	Jerzy Kąkol

Okres	**Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia**	**Liczba punktów ECTS**
Semestr 3	• Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawowymi definicjami i twierdzeniami topologii ogólnej i teorii homotopii wraz z aplikacjami w innych działach matematyki. Po zakończeniu kursu student powinien biegle posługiwać się podstawowymi terminami topologicznymi w zastosowaniu do rozwiązywania problemów szeroko pojętej analizy matematycznej, w szczególności analizy funkcjonalnej.

Wymagania wstępne

Znajomość podstaw teorii mnogości, analizy matematycznej oraz algebry liniowej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy – Student/ka:			
W1	Zna pojęcie topologii, bazy, podbazy, podstawowe definicje i podstawowe twierdzenia dotyczące przestrzeni zwartych, lokalnie zwartych, spójnych, łukowo spójnych. Posiada wiedzę dotyczącą pojęć funkcji ciągłych i ciągowo ciągłych pomiędzy abstrakcyjnymi przestrzeniami topologicznymi.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	Zna twierdzenie Tichonowa o produktowaniu przestrzeni zwartych, podstawowe twierdzenia metryzacyjne, Zna pojęcie przestrzeni Hewitta i rolę tego pojęcia w zagadnieniach o rozszerzaniu funkcji ciągłych rzeczywistych.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	Zna aksjomaty oddzielana dla przestrzeni topologicznych Zna twierdzenie o rozszerzaniu Tietzego, zna twierdzenia o kategoriach Baire'a dla przestrzeni metrycznych zupełnych, zna twierdzenia o zwartości zbiorów w przestrzeniach metrycznych (różne typy zwartości i ich równoważność). Zna podstawowe własności przestrzeni funkcji ciągłych rzeczywistych C(X) z topologią zbieżności punktowej i z topologią zwarto-otwartą. Zna twierdzenie Nagaty o przestrzeniach Cp(X). Posiada znajomość twierdzenia Stone'a-Weierstrassa o aproksymacji nad zwartymi przestrzeniami X. Posiada wstępne wiadomości na temat twierdzenia Banacha-Stone'a: jeżeli K, L są zwartymi zbiorami i przestrzenie Banacha C(K) oraz C(L) są izomorficznie izometryczne, to K, L są homeomorficzne.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	Zna pojęcie odwzorowań homotopijnych, przykłady i motywacje tworzenia tych pojęć, zna twierdzenia o odwzorowaniach homotopijnych prowadzące do pojęcia typu homotopii. Ma wiedzę związaną z pojęciem przestrzeni ściągalnych. Rozumie pojęcie łukowej spójności przy badaniu i konstruowaniu grup podstawowych homotopii.	MAT_K1_W02, MAT_K1_W03, MAT_K1_W04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności – Student/ka:			
U1	potrafi wykorzystać podstawowe pojęcia topologiczne do konstruowania specyficznych obiektów matematycznych np. uzwarceń Stone'a-Cecha, potrafi umiejętnie korzystać z tego aparatu przy wyróżnianiu szerokich klas przestrzeni topologicznych homeomorficznych.	MAT_K1_U05, MAT_K1_U10	Kolokwium pisemne
U2	potrafi stosować twierdzenia Tichonowa, Urysohna, potrafi operować pojęciem lokalnej zwartości i rozumie znaczenie uzwarcenia jednopunktowego Alexandrowa.	MAT_K1_U10	Kolokwium pisemne

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U3	potrafi operować pojęciami lokalnej spójności, lokalnej łukowej spójności i ich zastosowań do badania grup homotopii.	MAT_K1_U10	Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Pojęcie przestrzeni topologicznej, zbiory otwarte, domknięte, wnętrze, punkty skupienia, domknięcie zbioru, baza topologii, różne metody wprowadzania topologii, topologia przestrzeni metrycznych, przykłady.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Przestrenie zwarte i spójne, twierdzenia charakteryzujące te pojęcia, spójność i zwartość jako niezmienniki homeomorfizmów.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia
3.	Produkty topologiczne, twierdzenie Tichonowa o przestrzeniach zwartych, zastosowania.	W2, U2	Wykład, Ćwiczenia
4.	Aksjomaty oddzielania, twierdzenie Urysohna, przykłady i zastosowania, twierdzenie Tietzego, pierwszy i drugi aksjomat przeliczalności.	W3, U2	Wykład, Ćwiczenia
5.	Przestrzenie lokalnie zwarte i uzwarcenie jednopunktowe, przestrzenie całkowicie regularne, twierdzenia.	W3, U2	Wykład, Ćwiczenia
6.	Twierdzenia metryzacyjne, przestrzenie metryczne zupełne, zwartość przestrzeni metrycznych (warunki konieczne i dostateczne), ciągowa zwartość, przeliczalna zwartość, uzupełnianie przestrzeni metrycznych.	W3, U1, U2	Wykład, Ćwiczenia
7.	Zbiory nigdziegęste i brzegowe, twierdzenie Baire'a i zasosowania w topologii i analizie matematrycznej.	W3, U1	Wykład, Ćwiczenia
8.	Pojęcie homotopii, odwzorowania homotopijne, przykłady, podstawowe twierdzenia, typ homotopijny, przestrzenie ściągalne, podstawowe twierdzenia.	W4, U1	Wykład, Ćwiczenia
9.	Łukowa spójność, związki ze spójnością, grupa podstawowa, grupa podstawowa homotopii.	W4, U3	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Dyskusja, Uczenie problemowe (Problem-based learning)
Ćwiczenia	Wykład konwersatoryjny, Dyskusja, Metoda analizy przypadków

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Egzamin pisemny. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.
Ćwiczenia	Wykazywanie się aktywnością na ćwiczeniach, rozwiązywanie zadań domowych. Kolokwium pisemne. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Błaszczyk, S. Turek, Teoria Mnogości, PWN 2007.
2. R. Engelking, Topologia Ogólna, PWN 1975.
3. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN (wydanie dziewiąte) 2004.
4. J. Kąkol, W. Kubiś, M. Lopez-Pellicer, Descriptive Topology in Selected Topics of Functional Analysis, Springer 2011.
5. I. M. Singer, J. A. Thorpe, Lecture Notes on Elementary Topology and Geometry, Undegraduate Texts in Mathematics, Springer 1967
6. R. C. Walker, The Stone-Cech Compactification, Springer 1974.

Dodatkowa

1. R. Munkres, Topology (second edition), Pearson Education International 2000.
2. V. V. Tkachuk, A Cp-theory Problem Book, Topological and Functions Spaces, Springer 2010.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do zajęć	30
Przygotowanie demonstracji	30
Łączny nakład pracy studenta	**Liczba godzin** 150
Liczba punktów ECTS	**ECTS** 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich
MAT_K1_U10	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii liczb, algebry liniowej i abstrakcyjnej, z uwzględnieniem klasycznych struktur algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie i ciała, oraz geometrii i topologii
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń
MAT_K1_W03	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów
MAT_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w zakresie wystarczającym do poprawnego stosowania formalizmu matematycznego w tworzeniu i analizie prostych modeli matematycznych w różnych działach matematyki i innych dziedzinach wiedzy