



UNIwersYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Grupy i ich reprezentacje

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2025/26
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.1400000PW.16818.25
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty do wyboru
Profil studiów profil ogólnoakademicki		
Koordynator zajęć	Grzegorz Banaszak, Dorota Blinkiewicz	
Prowadzący zajęcia	Grzegorz Banaszak, Dorota Blinkiewicz	
Okres Przedmioty do wyboru - semestr zimowy	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studentów z pewnymi zaawansowanymi zagadnieniami teorii grup i ich reprezentacji.
C2	Przekazanie wiedzy z zakresu teorii grup, tj. zapoznanie studentów z pojęciami, metodami, twierdzeniami i ich zastosowaniami w różnorodnych zagadnieniach matematycznych.

Wymagania wstępne

Podstawowa wiedza z zakresu analizy matematycznej oraz algebry (teorii grup) i algebry liniowej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie podstawowe, jak i bardziej zaawansowane pojęcia i twierdzenia teorii grup i ich reprezentacji.	MAT_K1_W01, MAT_K1_W02, MAT_K1_W05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi dowodzić i formułować podstawowe, jak i bardziej zaawansowane fakty i twierdzenia z teorii grup i ich reprezentacji oraz formułować podstawowe, jak i bardziej zaawansowane definicje teorii grup i ich reprezentacji.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	potrafi wykorzystywać pojęcia teorii grup i ich reprezentacji w celu rozwiązywania problemów matematycznych.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	potrafi stosować twierdzenia Lagrange'a, Cayleya oraz I, II i III twierdzenie o izomorfizmie; znajdować "specjalne" podgrupy takie jak centrum, centralizator, normalizator, itp. oraz je wykorzystywać.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	potrafi posługiwać się różnorodnymi działaniami grup na zbiorach, grupach i modułach.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	potrafi wykorzystywać twierdzenia Cauchy'ego i Sylowa w rozwiązywaniu zadań.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U6	potrafi dowodzić m.in. rozwiązalności, prostoty i nilpotentności grup.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U7	potrafi opisywać strukturę grup o relatywnie małych rzędach.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U8	potrafi stosować twierdzenie Jordana-Hoeldera.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U9	potrafi wykorzystywać iloczyn półprosty i rozszerzenia grup do rozwiązywania zadań, np. badania struktury grup.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U10	potrafi rozwiązywać zadania związane z reprezentacjami grup, wyznaczać ich charakterystyki; rozróżnić m.in. reprezentacje nierozkładalne i nieprzywiedlne.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U11	potrafi posługiwać się transferem z abelianizacji grupy do abelianizacji jej podgrupy, by rozwiązywać problemy w algebrze i teorii liczb.	MAT_K1_U01, MAT_K1_U02, MAT_K1_U04	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Przypomnienie i rozszerzenie podstawowych pojęć i rezultatów z teorii grup: m.in. twierdzenie Lagrange'a, twierdzenia Cayleya, I, II i III twierdzenie o izomorfizmie, "specjalne" podgrupy, np. centrum, centralizator, normalizator, itp.	W1, U1, U2, U3	Wykład, Ćwiczenia
2.	Działanie grup na zbiorach, grupach i modułach.	W1, U1, U2, U4	Wykład, Ćwiczenia
3.	Twierdzenia Sylowa i ich zastosowania.	W1, U1, U2, U5	Wykład, Ćwiczenia
4.	Grupy proste, rozwiązalne, nilpotentne.	W1, U1, U2, U3, U4, U5, U6, U7	Wykład, Ćwiczenia
5.	Twierzenie Jordana-Hoeldera.	W1, U1, U2, U8	Wykład, Ćwiczenia
6.	Rozszerzenia grup i iloczyn półprosty.	W1, U1, U2, U9	Wykład, Ćwiczenia
7.	Reprezentacje grup i ich charaktery. Reprezentacje nierozkładalne i nieprzywiedlne.	W1, U1, U10, U2	Wykład, Ćwiczenia
8.	Transfer i zastosowania.	W1, U1, U11, U2	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych)
Ćwiczenia	Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda badawcza (dociekania naukowego)

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest zaliczenie ćwiczeń, tj. uzyskanie co najmniej oceny dostateczny. Jako egzamin pisemny, studenci otrzymują zadania do samodzielnego rozwiązania. Na rozwiązanie zadań przeznaczony jest tydzień kalendarzowy. Wśród tych zadań, kilka zadań jest oznaczonych gwiazdką, jako zadania trudniejsze. Obowiązuje następująca skala ocen: • bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 92,5% punktów; • dobry plus (db+; 4,5): powyżej 82,5% punktów; • dobry (db; 4,0): powyżej 72,5% punktów; • dostateczny plus (dst+; 3,5): powyżej 62,5% punktów; • dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów; • niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów lub mniej.

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Ćwiczenia	Obecność na ćwiczeniach jest obowiązkowa. W trakcie semestru odbędą się dwa, za każde będzie można zdobyć 100 punktów maksymalnie. Nieusprawiedliwienie nieobecności na kolokwium skutkuje otrzymaniem za nie zera punktów. Prowadzący może nagradzać studentów punktami za aktywność, które będą na końcu doliczane do otrzymanych punktów z kolokwium. O ocenie końcowej zadecyduje suma zdobytych punktów wg następującej skali: • bardzo dobry (bdb; 5,0): powyżej 90% punktów możliwych do zdobycia na kolokwium; • dobry plus (+db; 4,5): powyżej 80% punktów możliwych do zdobycia na kolokwium; • dobry (db; 4,0): powyżej 70% punktów możliwych do zdobycia na kolokwium; • dostateczny plus (+dst; 3,5): powyżej 60% punktów możliwych do zdobycia na kolokwium; • dostateczny (dst; 3,0): powyżej 50% punktów możliwych do zdobycia na kolokwium; • niedostateczny (ndst; 2,0): 50% punktów możliwych do zdobycia na kolokwium lub mniej. Jeśli student nie zaliczy ćwiczeń, to na końcu semestru odbędzie się jedno kolokwium poprawkowe z całego semestru. W wypadku zaliczenia kolokwium poprawkowego, tj. zdobycia powyżej 50% możliwych do zdobycia, wynik procentowy będzie obliczany następująco: $\max(50\%, \text{średnia arytmetyczna procentowego wyniku z ćwiczeń <przed poprawką> i procentowego wyniku poprawy})$. Następnie stosowana będzie wyżej napisana skala ocen.

Literatura

Obowiązkowa

1. J-P Serre, "Finite Groups: An Introduction", International Press, Somerville, Massachusetts, U.S.A, 2016
2. J.F. Humphreys, "A Course in Group Theory", Oxford University Press, 1996, 1997, 2001, 2014
3. S. Lang, "Algebra", PWN, Warszawa, 1973

Dodatkowa

1. H. Kurzweil, B. Stellmacher, "The theory of finite groups: an introduction", Springer-Verlag New York, Inc., 2004
2. S. Lang, "Algebra" GTM 211, Springer Science+Business Media New York, 2002
3. G. Banaszk, W. Gajda, "Elementy algebry liniowej, cz. I, II", WNT, 2002
4. J-P Serre, "Reprezentacje liniowe grup skończonych", PWN, Warszawa, 1988
5. M K Sen, S. Ghosh, P. Mukhopadhyay, S. K. Maity, "Topics in Abstract Algebra", Universities Press, 2004, 2006, 2019, 2022

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	20
Czytanie wskazanej literatury	20
Przygotowanie do egzaminu	25
Przygotowanie do zaliczenia	25
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150

Liczba punktów ECTS	ECTS 5
----------------------------	------------------

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U01	Absolwent/ka potrafi posługiwać się formalizmem matematycznym przy definiowaniu pojęć, formułowaniu twierdzeń i budowie prostych modeli matematycznych
MAT_K1_U02	Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem algebry liniowej oraz abstrakcyjnej i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_W01	Absolwent/ka zna i rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań
MAT_K1_W02	Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w stopniu umożliwiającym stosowanie formalizmu matematycznego do rozwiązywania problemów z różnych obszarów wiedzy
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia algebry abstrakcyjnej i liniowej oraz geometrii