



UNIWERSYTET  
IM. ADAMA MICKIEWICZA  
W POZNANIU

## Rachunek prawdopodobieństwa Sylabus zajęć

### Informacje podstawowe

|                                                                    |                                                                                                                       |                                                |
|--------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------|
| <b>Kierunek studiów</b><br>Matematyka                              |                                                                                                                       | <b>Cykl dydaktyczny</b><br>2023/24             |
| <b>Specjalność</b><br>Matematyka teoretyczna                       |                                                                                                                       | <b>Kod zajęć</b><br>06MATTEOS.110K.00250.23    |
| <b>Jednostka organizacyjna</b><br>Wydział Matematyki i Informatyki |                                                                                                                       | <b>Języki wykładowe</b><br>polski              |
| <b>Poziom studiów</b><br>studia pierwszego stopnia                 |                                                                                                                       | <b>Obligatoryjność</b><br>Obowiązkowy          |
| <b>Forma studiów</b><br>studia stacjonarne                         |                                                                                                                       | <b>Blok zajęciowy</b><br>Przedmioty kierunkowe |
| <b>Profil studiów</b><br>profil ogólnoakademicki                   |                                                                                                                       |                                                |
| <b>Koordynator zajęć</b>                                           | Katarzyna Rybarczyk-Krzywdzińska                                                                                      |                                                |
| <b>Prowadzący zajęcia</b>                                          | Katarzyna Rybarczyk-Krzywdzińska                                                                                      |                                                |
| <b>Okres</b><br>Semestr 5                                          | <b>Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia</b><br>• Wykład: 30, Egzamin<br>• Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną | <b>Liczba punktów ECTS</b><br>6                |

## Cele kształcenia dla zajęć

| Kod | Cel                                                                                                          |
|-----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C1  | Zapoznanie studentów z aksjomatyczną definicją rachunku prawdopodobieństwa.                                  |
| C2  | Zapoznanie studentów z definicjami i twierdzeniami dotyczącymi zdarzeń w przestrzeniach probabilistycznych.  |
| C3  | Zapoznanie studentów z zagadnieniami związanymi ze zmiennymi losowymi, wektorami losowymi i ich parametrami. |
| C4  | Zapoznanie studentów z zagadnieniami związanymi z ciągami zmiennych losowych i twierdzeniami granicznymi.    |
| C5  | Uświadomienie studentom zastosowań rachunek prawdopodobieństwa.                                              |

## Wymagania wstępne

Podstawy z teorii mnogości (m. in. działania na zbiorach, przeciwobrazy, zbiory nieskończone), analiza matematyczna (m. in. pochodne, pochodne cząstkowe, całki, całki podwójne), podstawy teorii miary i całki

## Efekty uczenia się dla zajęć

| Kod                               | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie                                                                      | Efekty uczenia się dla kierunku          | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|-----------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>Wiedzy - Student/ka:</b>       |                                                                                                              |                                          |                                                              |
| W1                                | zna podstawowe definicje i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa i rozumie ich znaczenie.                  | MAT_K1_W03,<br>MAT_K1_W04                | Egzamin pisemny,<br>Kolokwium pisemne                        |
| W2                                | zna podstawowe metody dowodowe stosowane w rachunku prawdopodobieństwa.                                      | MAT_K1_W02                               | Egzamin pisemny                                              |
| W3                                | rozumie znaczenie teoretycznych podstaw rachunku prawdopodobieństwa dla zastosowań w statystyce i nie tylko. | MAT_K1_W01                               | Egzamin pisemny                                              |
| <b>Umiejętności - Student/ka:</b> |                                                                                                              |                                          |                                                              |
| U1                                | umie podać podstawowe definicje i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa i rozumie ich znaczenie.           | MAT_K1_U01,<br>MAT_K1_U11                | Egzamin pisemny                                              |
| U2                                | umie przeprowadzić dowody podstawowych twierdzeń rachunku prawdopodobieństwa                                 | MAT_K1_U03,<br>MAT_K1_U04,<br>MAT_K1_U11 | Egzamin pisemny                                              |
| U3                                | umie zinterpretować problem w języku rachunku prawdopodobieństwa                                             | MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U11,<br>MAT_K1_U16 | Kolokwium pisemne                                            |
| U4                                | umie wykorzystać wiedzę teoretyczną z rachunku prawdopodobieństwa do rozwiązywania zadań problemowych.       | MAT_K1_U02,<br>MAT_K1_U03,<br>MAT_K1_U11 | Kolokwium pisemne                                            |

## Treści programowe dla zajęć

| Lp. | Treści programowe dla zajęć                                                                                                                                                                  | Efekty uczenia się dla zajęć | Formy zajęć       |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-------------------|
| 1.  | Aksjomatyczna definicja prawdopodobieństwa (w kontekście wiedzy z teorii miary), przestrzenie probabilistyczne dyskretne i przestrzenie probabilistyczne z prawdopodobieństwem geometrycznym | W1, W2, U1, U2, U3, U4       | Wykład, Ćwiczenia |
| 2.  | Prawdopodobieństwo warunkowe, wzór łańcuchowy, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa                                                                                             | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |
| 3.  | Niezależność zdarzeń, próby Bernoulliego, ciągi niezależnych eksperymentów                                                                                                                   | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |
| 4.  | Zmienne losowe, wektory losowe, rozkłady zmiennych losowych, rozkłady łączne, typy rozkładów, dystrybuanta, niezależność zmiennych losowych, gęstości zmiennych losowych                     | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |
| 5.  | Momenty zmiennych losowych, wartość oczekiwana, wariancja, momenty rozkładów łącznych, kowariancja, odchylenie standardowe                                                                   | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |
| 6.  | Rozkłady warunkowe, warunkowa wartość oczekiwana, martynały                                                                                                                                  | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |
| 7.  | Nierówności probabilistyczne, nierówność Markowa, Czebyszewa-Bienaimé, Bernsteina, Chernoffa                                                                                                 | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |
| 8.  | Typy zbieżności zmiennych losowych, twierdzenia graniczne, Prawa Wielkich Liczb i Centralne Twierdzenie Graniczne                                                                            | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |
| 9.  | Funkcje tworzące prawdopodobieństwa, funkcje tworzące momenty i funkcje charakterystyczne z zastosowaniem do twierdzeń granicznych                                                           | W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4   | Wykład, Ćwiczenia |

### Informacje dodatkowe

| Forma zajęć | Metody i formy prowadzenia zajęć                                       |
|-------------|------------------------------------------------------------------------|
| Wykład      | Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień                 |
| Ćwiczenia   | Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych) |

| Forma zajęć | Warunki zaliczenia zajęć                                                                                                                                                                                                                             |
|-------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wykład      | Warunkiem koniecznym do zaliczenia wykładu jest zaliczenie ćwiczeń. Podstawą zaliczenia wykładu jest suma punktów z egzaminu.<br>Progi punktowe:<br>3.0: $\geq 50\%$<br>3.5: $\geq 60\%$<br>4.0: $\geq 70\%$<br>4.5: $\geq 80\%$<br>5.0: $\geq 90\%$ |
| Ćwiczenia   | Podstawą zaliczenia ćwiczeń są dwa kolokwia pisemne przeprowadzone w trakcie semestru.<br>Progi punktowe:<br>3.0: $\geq 50\%$<br>3.5: $\geq 60\%$<br>4.0: $\geq 70\%$<br>4.5: $\geq 80\%$<br>5.0: $\geq 90\%$                                        |

## Literatura

### Obowiązkowa

1. J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa, SCRIPT.
2. M. Krzyśko, Wykłady z teorii prawdopodobieństwa, Wydawnictwo Naukowo-Techniczne.

### Dodatkowa

1. J. Jakubowski, R. Sztencel, Rachunek prawdopodobieństwa dla (prawie) każdego, SCRIPT.

## Nakład pracy studenta i punkty ECTS

| Rodzaje zajęć studenta              | Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Wykład                              | 30                                                                  |
| Ćwiczenia                           | 30                                                                  |
| Przygotowanie do zajęć              | 20                                                                  |
| Przygotowanie do zaliczenia         | 40                                                                  |
| Przygotowanie do egzaminu           | 30                                                                  |
|                                     |                                                                     |
| <b>Łączny nakład pracy studenta</b> | <b>Liczba godzin</b><br>150                                         |
| <b>Liczba punktów ECTS</b>          | <b>ECTS</b><br>6                                                    |

\* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

## Efekty uczenia się dla kierunku

| Kod        | Treść                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| MAT_K1_U01 | Absolwent/ka potrafi przedstawiać treści matematyczne w mowie i w piśmie, formułować twierdzenia i definicje                                                                                                                                                                 |
| MAT_K1_U02 | Absolwent/ka potrafi objaśniać, interpretować złożone wypowiedzi z użyciem matematycznej notacji i języka oraz formułować problemy w postaci symbolicznej, ułatwiającej ich analizę i rozwiązanie                                                                            |
| MAT_K1_U03 | Absolwent/ka potrafi konstruować logiczną argumentację z klarowną identyfikacją założeń i konkluzji oraz wykazać się biegłością w zakresie różnych metod prowadzenia dowodu matematycznego                                                                                   |
| MAT_K1_U04 | Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem logiki matematycznej, teorii mnogości z uwzględnieniem algebry zbiorów, rachunku kwantyfikatorów, relacji porządkujących i relacji równoważności w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy |
| MAT_K1_U11 | Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami rachunku prawdopodobieństwa i statystyki ze szczególnym uwzględnieniem podstawowych rozkładów prawdopodobieństwa i reguł wnioskowania statystycznego w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy        |
| MAT_K1_U16 | Absolwent/ka potrafi modelować w języku matematycznym i rozwiązywać proste problemy praktyczne                                                                                                                                                                               |
| MAT_K1_W01 | Absolwent/ka zna i rozumie cywilizacyjne znaczenie matematyki i jej zastosowań                                                                                                                                                                                               |
| MAT_K1_W02 | Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także istotność założeń                                                                                                                                                                                   |
| MAT_K1_W03 | Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły, twierdzenia i algorytmy z działów matematyki objętych programem studiów                                                                                                                                               |
| MAT_K1_W04 | Absolwent/ka zna i rozumie teorie matematyczne w zakresie wystarczającym do poprawnego stosowania formalizmu matematycznego w tworzeniu i analizie prostych modeli matematycznych w różnych działach matematyki i innych dziedzinach wiedzy                                  |