



UNIWERSYTET  
IM. ADAMA MICKIEWICZA  
W POZNANIU

## Analiza matematyczna z zastosowaniami 1

### Sylabus zajęć

#### Informacje podstawowe

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                               |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Kierunek studiów</b><br>Informatyka<br><b>Specjalność</b><br>-<br><b>Jednostka organizacyjna</b><br>Wydział Matematyki i Informatyki<br><b>Poziom studiów</b><br>studia inżynierskie pierwszego stopnia<br><b>Forma studiów</b><br>studia stacjonarne<br><b>Profil studiów</b><br>profil ogólnoakademicki |                                                                                                                                                                                                                                                 | <b>Cykl dydaktyczny</b><br>2024/25<br><b>Kod zajęć</b><br>06INFS.32P.04801.24<br><b>Języki wykładowe</b><br>polski<br><b>Obligatoryjność</b><br>Obowiązkowy<br><b>Blok zajęciowy</b><br>Przedmioty podstawowe |
| <b>Koordynator zajęć</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Mieczysław Cichoń                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Prowadzący zajęcia</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Mieczysław Cichoń                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                               |
| <b>Okres</b><br>Semestr 2                                                                                                                                                                                                                                                                                    | <b>Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia</b> <ul style="list-style-type: none"><li>Wykład: 30, Zaliczenie z oceną</li><li>Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną</li><li>Ćwiczenia w salach komputerowych: 15, Zaliczenie z oceną</li></ul> | <b>Liczba punktów ECTS</b><br>5                                                                                                                                                                               |

#### Cele kształcenia dla zajęć

| Kod | Cel                                                                                                                                          |
|-----|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| C1  | Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów informatyki z aparatem analizy matematycznej przydatnej w studiach i praktyce informatycznej.     |
| C2  | Wprowadzenie wszystkich podstawowych pojęć analizy matematycznej i wskazanie na przykładach ich roli w różnych przedmiotach informatycznych. |
| C3  | Przekazanie studentom podstawowej wiedzy z analizy matematycznej i zapoznanie ich z rolą tych pojęć w matematycznych podstawach informatyki. |

## Wymagania wstępne

Wymagana wiedza z przedmiotu "Wstęp do matematyki" dla informatyków.

### Efekty uczenia się dla zajęć

| Kod                                          | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie                                                                                                                                      | Efekty uczenia się dla kierunku | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|----------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| <b>Wiedzy - Student/ka:</b>                  |                                                                                                                                                                              |                                 |                                                              |
| W1                                           | rozumie pojęcie sumy szeregu i potrafi badać zbieżność szeregów liczbowych i potęgowych. Zna podstawowe kryteria zbieżności i ich ograniczenia w obliczeniach numerycznych.  | INF_K3_W01                      | Kolokwium pisemne, Raport                                    |
| W2                                           | rozumie potrzebę badań ciągłości funkcji i granic funkcji w punkcie. Zna i rozumie zastosowania w praktyce informatycznej własności funkcji ciągłych (np. własność Darboux). | INF_K3_W01, INF_K3_W03          | Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport                     |
| W3                                           | zna metody rozwijania funkcji w szeregi potęgowe i rozumie ich zastosowania.                                                                                                 | INF_K3_W01                      | Kolokwium pisemne, Raport                                    |
| W4                                           | zna i rozumie zastosowania pojęcia pochodnej, oblicza pochodne i zna podstawowe zastosowania w informatyce, np. w analizie błędów.                                           | INF_K3_W01, INF_K3_W03          | Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport                     |
| W5                                           | zna wzór Taylora i rozumie jego zastosowania do lokalnego przybliżania funkcji wielomianami.                                                                                 | INF_K3_W01, INF_K3_W03          | Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport                     |
| W6                                           | zna pojęcie całki i całki Riemanna i rozumie jak je użyć w odpowiednich sytuacjach. Zna podstawowe zastosowania takich całek w informatyce.                                  | INF_K3_W01                      | Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport                     |
| W7                                           | zna i rozumie stosowanie podstawowych metod całkowania i wie jak je wykorzystać do obliczeń prostych całek.                                                                  | INF_K3_W01, INF_K3_W10          | Kolokwium pisemne, Projekt                                   |
| W8                                           | zna zastosowania całek niewłaściwych i splotu w informatyce.                                                                                                                 | INF_K3_W01, INF_K3_W10          | Kolokwium pisemne, Test, Raport                              |
| <b>Umiejętności - Student/ka:</b>            |                                                                                                                                                                              |                                 |                                                              |
| U1                                           | potrafi prowadzić obliczenia analityczne i obliczenia numeryczne całek.                                                                                                      | INF_K3_U01_inz, INF_K3_U02      | Kolokwium pisemne, Projekt, Raport                           |
| U2                                           | potrafi zastosować całki niewłaściwe w pewnych zastosowaniach informatycznych i ma umiejętność dostrzegania ich w takim kontekście.                                          | INF_K3_U01_inz                  | Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport                     |
| U3                                           | potrafi przeanalizować dostępne materiały w celu dostrzeżenia matematycznych podstaw informatyki.                                                                            | INF_K3_U01_inz, INF_K3_U02      | Kolokwium pisemne, Projekt, Raport                           |
| U4                                           | ma umiejętność wykorzystania własności funkcji ciągłych.                                                                                                                     | INF_K3_U01_inz, INF_K3_U07_inz  | Kolokwium pisemne, Test, Projekt                             |
| U5                                           | ma umiejętność wykorzystania pochodnej do badania monotoniczności funkcji oraz obliczania granic.                                                                            | INF_K3_U01_inz, INF_K3_U04_inz  | Kolokwium pisemne, Test, Projekt                             |
| U6                                           | potrafi zastosować wiedzę matematyczną do analizy problemów informatycznych.                                                                                                 | INF_K3_U01_inz                  | Projekt, Raport                                              |
| <b>Kompetencji społecznych - Student/ka:</b> |                                                                                                                                                                              |                                 |                                                              |

| Kod | Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie                                                                               | Efekty uczenia się dla kierunku | Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć |
|-----|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| K1  | jest gotów/gotowa do wskazywania matematycznych podstaw algorytmów informatycznych i opracowywania takich materiałów. | INF_K3_K01, INF_K3_K02          | Kolokwium pisemne, Projekt, Raport                           |

### Treści programowe dla zajęć

| Lp. | Treści programowe dla zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Efekty uczenia się dla zajęć | Formy zajęć                                         |
|-----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 1.  | Powtórzenie informacji o ciągach i funkcjach elementarnych. Ciągi i funkcje w informatyce. Elementy analizy błędów.                                                                                                                                                                                                                                         | W2, U3, K1                   | Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych |
| 2.  | Szeregi liczbowe. Suma szeregu. Zbieżność i bezwzględna zbieżność szeregu. Kryteria zbieżności. Wprowadzenie do obliczeń sum szeregów, problem przybliżonego obliczania sumy szeregu. Obliczanie sum i badanie ich zbieżności, kryterium Leibnitz'a i reszty szeregu. Oszacowania wartości za pomocą szeregów, ograniczenia badań zbieżności na komputerze. | W1, W3, U3, U6, K1           | Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych |
| 3.  | Granica i ciągłość funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Punkt skupienia zbioru. Granica funkcji w punkcie. Ciągłość funkcji (np. spline) i ciągłość jednostajna funkcji. Własność Darboux. Twierdzenie Weierstrassa o kresach. Ciągłość funkcji w przestrzeniach metrycznych – podstawy.                                                                   | W2, U3, U4, U6, K1           | Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych |
| 4.  | Rachunek różniczkowy funkcji jednej zmiennej rzeczywistej. Pochodna i jej sens geometryczny. Interpretacja geometryczna pochodnej. Liniowe przybliżanie funkcji (lokalne). Rola wzoru Taylora w szacowaniu błędów. Wzory Taylora dla wybranych funkcji. Przybliżanie lokalne funkcji wielomianami.                                                          | W4, W5, U3, U5, U6           | Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych |
| 5.  | Rozwiązywanie równań nieliniowych metodami iteracyjnymi (metody bisekcji, stycznych, siecznych i inne – podstawy matematyczne). Szybkość zbieżności, obliczenia dla pierwiastków zespolonych.                                                                                                                                                               | W2, W4, U4, U5, U6, K1       | Wykład, Ćwiczenia w salach komputerowych            |
| 6.  | Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej. Funkcja pierwotna i całka nieoznaczona. Podstawowe metody całkowania. Całka Riemanna (konstrukcje Darboux i Riemanna).                                                                                                                                                                                            | W6, W7, U1, K1               | Wykład, Ćwiczenia                                   |
| 7.  | Całkowanie numeryczne. Metody prostokątów, trapezów. Podstawowe informacje o aproksymacji wielomianowej. Metoda Simpsona, kwadratury, rząd metody, oszacowanie błędów. Inne metody całkowania.                                                                                                                                                              | W6, W8, U1, U6, K1           | Wykład, Ćwiczenia w salach komputerowych            |
| 8.  | Całka niewłaściwa i jej zastosowania w informatyce. Splot i jego wersja dyskretna oraz przykłady zastosowań (np. splot sygnałów czy w grafice komputerowej).                                                                                                                                                                                                | W2, W8, U1, U2, K1           | Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych |

## Informacje dodatkowe

| Forma zajęć                      | Metody i formy prowadzenia zajęć                                                                      |
|----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wykład                           | Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Praca z tekstem                               |
| Ćwiczenia                        | Metoda ćwiczeniowa                                                                                    |
| Ćwiczenia w salach komputerowych | Metoda analizy przypadków, Metoda ćwiczeniowa, Metoda laboratoryjna, Metoda projektu, Praca w grupach |

| Forma zajęć                      | Warunki zaliczenia zajęć                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Wykład                           | <p>Na końcową ocenę wykładu składa się wynik uzyskany z kolokwium pisemnego (min. 60%) oraz punkty za aktywność na wykładach (raporty i testy) (max. 40%).</p> <p>Skala ocen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów,</li> <li>2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów,</li> <li>3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów,</li> <li>4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów,</li> <li>5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów,</li> <li>6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.</li> </ol>                                                                      |
| Ćwiczenia                        | <p>Końcowa ocena zostanie wystawiona na podstawie kolokwium i prac pisemnych realizowanych podczas zajęć.</p> <p>Skala ocen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów,</li> <li>2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów,</li> <li>3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów,</li> <li>4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów,</li> <li>5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów,</li> <li>6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.</li> </ol>                                                                                                                       |
| Ćwiczenia w salach komputerowych | <p>Końcowa ocena zostanie wystawiona na podstawie testów i/lub projektów w oparciu o programy/testy pisane w trakcie zajęć i w ramach prac domowych (60%) i za zadania wykonywane podczas zajęć w salach laboratoryjnych (40%).</p> <p>Skala ocen:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów,</li> <li>2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów,</li> <li>3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów,</li> <li>4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów,</li> <li>5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów,</li> <li>6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.</li> </ol> |

## Literatura

### Obowiązkowa

1. M. Oberguggenberger, A. Ostermann, "Analysis for Computer Scientists", Springer, London, 2011.
2. M. Mrozek, "Analiza matematyczna I. Notatki do wykładu matematyki komputerowej", UJ, Kraków, 2013.
3. P. Strzelecki, "Analiza matematyczna I", UW, Warszawa, 2012.

### Dodatkowa

1. D.B. Small, J.M. Hosnack, "Ćwiczenia z analizy matematycznej z zastosowaniem systemów obliczeń symbolicznych", WNT, Warszawa, 1995.
2. A. Ralston, "Wstęp do analizy numerycznej", PWN, Warszawa, 1983.
3. A. Sołtysiak, "Analiza matematyczna", Wyd. UAM, 2009.
4. M. Moszyński, "Analiza matematyczna dla informatyków", UW, Warszawa, 2010.
5. A. Bjorck, G. Dahlquist, "Metody numeryczne", PWN, 1987.
6. R.L. Burden, J.D. Faires, "Numerical analysis", Brooks/Cole, Cengage Learning, 2011.

## Nakład pracy studenta i punkty ECTS

| Rodzaje zajęć studenta              | Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć |
|-------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|
| Wykład                              | 30                                                                  |
| Ćwiczenia                           | 30                                                                  |
| Ćwiczenia w salach komputerowych    | 15                                                                  |
| Przygotowanie do zajęć              | 10                                                                  |
| Przygotowanie raportu               | 10                                                                  |
| Czytanie wskazanej literatury       | 10                                                                  |
| Przygotowanie do zaliczenia         | 20                                                                  |
| <b>Łączny nakład pracy studenta</b> | <b>Liczba godzin</b><br>125                                         |
| <b>Liczba punktów ECTS</b>          | <b>ECTS</b><br>5                                                    |

\* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

## Efekty uczenia się dla kierunku

| Kod            | Treść                                                                                                                                                                                |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| INF_K3_K01     | Absolwent/ka jest gotów/gotowa do precyzyjnego formułowania pytań służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezienia brakujących elementów rozumowania        |
| INF_K3_K02     | Absolwent/ka jest gotów/gotowa do zasięgania opinii ekspertów przy rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych                                                              |
| INF_K3_U01_inz | Absolwent/ka potrafi zastosować wiedzę matematyczną do formułowania, modelowania, analizowania i rozwiązywania prostych zadań związanych z informatyką                               |
| INF_K3_U02     | Absolwent/ka potrafi pozyskiwać wiarygodne informacje z literatury, baz wiedzy, Internetu oraz innych źródeł, integrować je, interpretować oraz wyciągać wnioski i formułować opinie |
| INF_K3_U04_inz | Absolwent/ka potrafi opracować, przeanalizować, zaprojektować klasyczne algorytmy i systemy informatyczne                                                                            |
| INF_K3_U07_inz | Absolwent/ka potrafi zastosować wybrane metody wykorzystywane w wiodących kierunkach badań informatyki                                                                               |
| INF_K3_W01     | Absolwent/ka zna i rozumie zaawansowane pojęcia z działów matematyki służące do modelowania i rozwiązywania problemów w informatyce                                                  |
| INF_K3_W03     | Absolwent/ka zna i rozumie narzędzia, technologie i urządzenia informatyczne właściwe dla wybranych obszarów zastosowań oraz podstawy ich działania                                  |
| INF_K3_W10     | Absolwent/ka zna i rozumie zaawansowane zagadnienia związane z grafiką komputerową                                                                                                   |