Funkcje analityczne

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka **Specjalność** Matematyka finansowa i aktuarialna **Jednostka organizacyjna** Wydział Matematyki i Informatyki **Poziom studiów** studia drugiego stopnia **Forma studiów** studia stacjonarne **Profil studiów** profil ogólnoakademicki	**Cykl dydaktyczny** 2023/24 **Kod zajęć** 06MATFIAS.21K.00311.23 **Języki wykładowe** polski **Obligatoryjność** Obowiązkowy **Blok zajęciowy** Przedmioty kierunkowe
Koordynator zajęć	Marek Nawrocki
Prowadzący zajęcia	Marek Nawrocki

Okres	**Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia**	**Liczba punktów ECTS**
Semestr 1	• Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Analiza zespolona to ważny dział matematyki obejmujący teorię funkcji zespolonych. Kluczową rolę w tej teorii odgrywa teoria funkcji analitycznych jednej zmiennej, która jest związana z różniczkowalnością i całkowalnością w sensie zespolonym. Celem przedmiotu jest zapoznanie z podstawowymi pojęciami i fundamentalnymi twierdzeniami tej teorii oraz ich zastosowaniami.

Wymagania wstępne

Ukończone kursy ze Wstępu do matematyki oraz Analizy matematycznej 1-3.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy – Student/ka:			
W1	zna podstawowe twierdzenia analizy zespolonej i stosowane w nich typowe rozumowania matematyczne, a w szczególności zna twierdzenie Cauchy'ego i jego konsekwencje.	MAT_K2_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	zna i rozumie znaczenie zbieżności niemal jednostajnej w teorii funkcji analitycznych	MAT_K2_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	zna zastosowania wybranych metody analizy zespolonej w innych dziedzinach	MAT_K2_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności – Student/ka:			
U1	umie sprawdzić różne własności funkcji zespolonej, a w szczególności potrafi sprawdzać różniczkowalność w sensie rzeczywistym i zespolonym funkcji i wskazać na związki pomiędzy tymi własnościami	MAT_K2_U07	Kolokwium pisemne
U2	umie rozwijać funkcje w zespolone szeregi potęgowe i szeregi Laurenta, wyznaczać promienie i obszary zbieżności szeregów; potrafi badać różne typy zbieżności ciągów i szeregów funkcyjnych	MAT_K2_U07	Kolokwium pisemne
U3	umie całkować funkcje zespolone zmiennej rzeczywistej oraz całkować funkcje zespolone zmiennej zespolonej wzdłuż krzywych	MAT_K2_U07	Kolokwium pisemne
U4	umie wyznaczać zera i bieguny funkcja oraz ich krotności i rzędy; potrafi klasyfikować punkty osobliwe odosobnione funkcji holomorficznych; umie wyznaczać residua funkcji i stosować je do obliczania całek niewłaściwych.	MAT_K2_U07	Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Granica, ciągłość, R-różniczkowalność funkcji jednej zmiennej zespolonej o wartościach zespolonych.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Pochodna zespolona. Podstawowe reguły różniczkowania. Równania Cauchy'ego-Riemanna i związek między R- i C-różniczkowalnością. Funkcje holomorficzne.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia
3.	Przykłady funkcji holomorficznych. Wielomiany, funkcje wymierne, szeregi potęgowe. Holomorficzność sumy szeregi potęgowego. Funkcje analityczne. Funkcje elementarne.	W1, U2	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
4.	Całka Riemanna funkcji rzeczywistej o wartościach zespolonych. Podstawowe własności i reguły całkowania. Funkcje analityczne definiowane całkami zależnymi od parametru.	W1, U3	Wykład, Ćwiczenia
5.	Całki krzywolinowe (całkowanie wzdłuż krzywych). Indeks punktu względem krzywej.	W1, U3	Wykład, Ćwiczenia
6.	Twierdzenie Cauchy'ego dla trójkąta. Istnienie funkcji pierwotnych dla funkcji holomorficznych. Twierdzenie i wzór Cauchy'ego dla obszarów wypukłych. Analityczność funkcji holomorficznych.	W1, U2, U3	Wykład, Ćwiczenia
7.	Nierówność Cauchy'ego. Funkcje całkowite. Twierdzenie Liouville'a. Dowód zasadniczego twierdzenia algebry.	W1, W3	Wykład
8.	Zera funkcji holomorficznych. Twierdzenie o jednoznaczności. Zasada maksimum.	W1, U2	Wykład, Ćwiczenia
9.	Ciągi i szeregi funkcji holomorficznych. Zbieżność niemal jednostajna. Holomorficzność granicy. Twierdzenie Morrery	W1, W2, U2	Wykład, Ćwiczenia
10.	Szeregi Laurenta, ich obszary zbieżności i holomorficzność sumy szeregu. Funkcje holomorficzne w pierścieniu	W1, W2, U2	Wykład, Ćwiczenia
11.	Klasyfikacja punktów osobliwych odosobnionych. Twierdzenia Riemanna i Cassarotiego-Weierstrassa.	W1, U2	Wykład, Ćwiczenia
12.	Residuum funkcji. Zastosowania residuów do obliczania całek. Residuum pochodnej logarytmicznej.	W1, W3, U2, U3, U4	Wykład, Ćwiczenia
13.	Rodziny normalne. Twierdzenia Arzeli, Montela i Vitaliego.	W1, W2, W3, U2, U3	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Ćwiczenia	Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda badawcza (dociekania naukowego)

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie pozytywnej oceny z ćwiczeń. Egzamin w formie testu. Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów, 3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów, 5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Ćwiczenia	Zdobycie co najmniej 50% możliwych punktów ze wszystkich sprawdzianów. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej.

Literatura

Obowiązkowa

1. W. Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2009
2. F. Leja, Funkcje zespolone, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2006

Dodatkowa

1. J. Chadzyński, Wstęp do analizy zespolonej, PWN, Warszawa 2000.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do egzaminu	30
Przygotowanie do zaliczenia	30
Łączny nakład pracy studenta	**Liczba godzin** 180
Liczba punktów ECTS	**ECTS** 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K2_U07	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem analizy matematycznej oraz zna jej znaczenie i zastosowanie w poznanych działach matematyki
MAT_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie klasyczne pojęcia z zakresu matematyki i jej zastosowań oraz najważniejsze metody i twierdzenia z głównych jej działów