

Analiza matematyczna 1

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2024/25	
Specjalność -		Kod zajęć 06MATN.11K.00213.24	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów studia niestacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Maria Trybuła, Leszek Skrzypczak		
Prowadzący zajęcia	Maria Trybuła, Leszek Skrzypczak, Dariusz Bugajewski		
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin; w tym zajęcia zdalne: - Wykład synchroniczny: 30 - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 10

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu Analiza matematyczna 1 jest przedstawienie rachunku różniczkowego funkcji jednej zmiennej oraz zagadnień związanych z systemem liczb rzeczywistych, własnościami podzbiorów ciała liczb rzeczywistych, zbieżnością ciągów i szeregów liczbowych oraz ciągłością funkcji.

Wymagania wstępne

Wymagana jest znajomość matematyki z zakresu programu szkoły średniej.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	Zna pojęcie funkcji i podstawowe operacje na funkcjach.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W2	Zna pojęcia liczb naturalnych, całkowitych, wymiernych i rzeczywistych. Zna pojęcie porządku w zbiorze liczb rzeczywistych.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W3	Zna podstawową strukturę topologiczną zbioru liczb rzeczywistych. Wie co to jest zupełność.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W4	Zna pojęcia ciągu zbieżnego, ograniczonego i ciągu Cauchy'ego. Rozumie różnice i związki między tymi pojęciami.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W5	Zna definicje granicy funkcji wg. Cauchy'ego i Heinego. Jest świadomy lch równoważności. Zna definicje i własności granic jednostronnych.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W6	Zna pojęcie funkcji ciągłej i jej podstawowe własności.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W7	Zna pojęcie pochodnej pierwszego i wyższych rzędów jak również własności funkcji różniczkowalnych.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W8	Zna zastosowania pochodnej w szczególności jej zastosowanie do badania przebiegu zmienności funkcji.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
W9	Zna różne pojęcia zbieżności szeregów liczbowych (zbieżność bezwzględna, bezwarunkowa, warunkowa) i związki pomiędzy nimi. Zna kryteria zbieżności szeregów o wyrazach dodatnich i szeregów. naprzemiennych. Zna operacje algebraiczne na szeregach w tym mnożenie splotowe.	MAT_K1_W05	Egzamin pisemny
Umiejętności - Student/ka:			
U1	Umie dokonywać podstawowe operacje na funkcjach.	MAT_K1_U07, MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U2	Umie dokonywać różne operacji na liczbach rzeczywistych, w szczególności umie wyznaczać kresy zbiorów.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U3	Umie znajdować punkty skupienia zbiorów. Umie posługiwać się pokryciami.	MAT_K1_U05	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U4	Potrafi znaleźć granicę wybranych ciągów. Potrafi sprawdzić czy ciąg jest ograniczony, zbieżny i czy jest ciągiem Cauchy'ego.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U5	Potrafi znaleźć granice wybranych funkcji w punkcie a także granice jednostronne i granice w nieskończoności.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U6	Potrafi stwierdzić czy wybrane funkcje są ciągłe. Potrafi określić własności obrazów i przeciwobrazów wybranych zbiorów przy działaniu na nie funkcjami ciągłymi.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U7	Potrafi obliczyć pochodne dowolnego rzędu wybranych funkcji. Potrafi stwierdzić czy funkcja jest, czy też nie jest różniczkowalna w danym punkcie.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U8	Umie stosować pojęcie pochodnej w Konkretnych przykładach. W szczególności umie: wyznaczać ekstrema funkcji, badać jej monotoniczność, wypukłość, znajdować punkty przegięcia wykresu funkcji.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
U9	Potrafi zastosować te kryteria zbieżności szeregów liczbowych do badania zbieżności konkretnych szeregów. Potrafi mnożyć szeregi liczbowe.	MAT_K1_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Kompetencje społecznych - Student/ka:			
K1	jest gotów/gotowa do studiowania rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych.	MAT_K1_K01	Egzamin pisemny

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Pojęcie funkcji. Definicja funkcji, składanie funkcji, funkcja odwrotna, wykres funkcji.	W1, U1	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
2.	1. Aksjomaty zbioru liczb rzeczywistych. 2. Wartość bezwzględna, interpretacja geometryczna zbioru liczb rzeczywistych. 3. Zbiory ograniczone, kresy, istnienie pierwiastka, zasada Archimedesesa, gęstość zbioru liczb wymiernych. 4. Rozszerzony zbiór liczb rzeczywistych.	W2, U2	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
3.	Podstawowe twierdzenia związane z zupełnością zbioru liczb rzeczywistych: - lemat Ascoli (o ciągu przedziałów zstępujących); - pokrycie, twierdzenie Heinego-Borela; - punkt skupienia zbioru, twierdzenie Bolzano-Weierstrassa.	W3, U3	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
4.	1. Definicja ciągu zbieżnego. 2. Własności ciągów zbieżnych. 3. Ciągi monotoniczne. 4. Liczba e. 5. Podciągi. 6. Ciągi Cauchy'ego, zupełność zbioru liczb rzeczywistych. 7. Granice dolna i górna, zbieżność niewłaściwa.	W4, U4	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
5.	1. Definicje granicy funkcji w sensie Cauchy'ego i Heinego. 2. Działania arytmetyczne na granicach, granice a nierówności, granica funkcji złożonej. 3. Granice jednostronne. 4. Granice nieskończone i granice w nieskończoności	W5, U5	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
6.	1. Definicja funkcji ciągłej. 2. Własności lokalne funkcji ciągłych. 3. Rodzaje nieciągłości. 4. Własność Darboux. 5. Twierdzenie Weierstrassa o osiąganiu kresów. 6. Ciągłość jednostajna, twierdzenie Cantora. 7. Monotoniczność a ciągłość, ciągłość funkcji odwrotnej. 8. Ciągłość funkcji elementarnych.	W6, U6	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
7.	1. Definicja i interpretacja geometryczna pochodnej, różniczka. 2. Różniczkowalność a ciągłość. 3. Działania arytmetyczne na funkcjach różniczkowalnych. 4. Twierdzenia o pochodnej funkcji złożonej i o pochodnej funkcji odwrotnej. 5. Pochodne wyższych rzędów. 6. Twierdzenia o wartości średniej w rachunku różniczkowym.	W7, U7, K1	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
8.	1. Monotoniczność, ekstrema, warunki konieczne i dostateczne na istnienie ekstremum funkcji różniczkowalnej. Wzór Taylora. 2. Funkcje wypukłe, punkty przegięcia, warunki konieczne i dostateczne na wypukłość funkcji różniczkowalnej. 3. Symbole nieoznaczone, reguła de l'Hôpitala.	W7, W8, U7, U8	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny
9.	1. Definicja szeregu zbieżnego, warunek Cauchy'ego i warunek konieczny zbieżności, szeregi: geometryczny i harmoniczny. 2. Operacje na szeregach. 3. Szeregi o wyrazach nieujemnych, kryteria zbieżności: porównawcze, pierwiastkowe, ilorazowe, zasada zagęszczania Cauchy'ego. 4. Szeregi o wyrazach dowolnych znaków, kryteria: Dirichleta, Abela i Leibniza. 5. Zbieżność bezwzględna i warunkowa, zmiana kolejności wyrazów szeregu, twierdzenie Riemanna. 6. Mnożenie szeregów, twierdzenie Mertensa. 7. Szeregi dwustronne.	W9, U9	Wykład, Ćwiczenia, Wykład synchroniczny

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład problemowy
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Zdanie egzaminu pisemnego w postaci testu wielokrotnego wyboru składającego się z pytań problemowych. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej
Ćwiczenia	Zaliczenie wszystkich kolokwii i sprawdzianów. Skala ocen jest następująca: bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej

Literatura

Obowiązkowa

1. W. Rudin, Podstawy analizy matematycznej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2009.
2. A. Sołtysiak, Analiza matematyczna, Części I i II, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2009 (cz. I) i 2004 (cz. II).
3. W. Kryszicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, t. 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008.

Dodatkowa

1. G.M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy, t. 1, 2 i 3, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2007.
2. K. Kuratowski, Rachunek różniczkowy i całkowy. Funkcje jednej zmiennej, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2008
3. H. i J. Musielakowie, Analiza matematyczna, t.I, cz.1 i 2, Wydawnictwo Naukowe UAM, Poznań 2004 (t. I, cz. 1), 2002 (t. I, cz. 2).
4. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WNT, Warszawa 2006.
5. W. J. Kaczor, M.T. Nowak, Zadania z analizy matematycznej, t. 1 i 2, Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa 2005.
6. B.P. Demidowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2020.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	75
Przygotowanie do egzaminu	45
Przygotowanie do zaliczenia	45

Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 255
Liczba punktów ECTS	ECTS 10

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do uznania ograniczenia własnej wiedzy i zrozumienia potrzeby dalszego kształcenia
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem logiki matematycznej, teorii mnogości z uwzględnieniem algebry zbiorów, rachunku kwantyfikatorów, relacji porządkujących i relacji równoważności w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_U05	Absolwent/ka potrafi tworzyć nowe obiekty drogą standardowych konstrukcji, zwłaszcza przestrzeni ilorazowych i produktów kartezjańskich
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi operować pojęciem liczby, zwłaszcza rzeczywistej i zespolonej, arytmetyką liczb całkowitych oraz rozwiązywać podstawowe typy równań algebraicznych w różnych zbiorach liczb
MAT_K1_U07	Absolwent/ka potrafi definiować, interpretować, opisywać i wyjaśniać zależności funkcyjne, wyrażone w postaci wzorów, tabel, wykresów, schematów i stosować je w zagadnieniach praktycznych
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem teorii funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych oraz funkcji zmiennej zespolonej z uwzględnieniem rachunku granic, pochodnych i całek, a także stosować je w poznanych działach matematyki oraz w innych dziedzinach wiedzy
MAT_K1_W05	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia i metody logiki matematycznej oraz teorii mnogości, a także podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej, w tym rachunku różniczkowego i całkowego funkcji rzeczywistych jednej i wielu zmiennych, algebry liniowej i abstrakcyjnej, geometrii i topologii oraz matematyki dyskretnej