



UNIwersYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Analiza matematyczna z zastosowaniami 2

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Informatyka Specjalność - Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia inżynierskie pierwszego stopnia Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2024/25 Kod zajęć 06INFS.34P.04804.24 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty podstawowe
Koordynator zajęć	Mieczysław Cichoń	
Prowadzący zajęcia	Mieczysław Cichoń	
Okres Semestr 3	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 45, Egzamin - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną - Ćwiczenia w salach komputerowych: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 7

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów informatyki z zaawansowanym aparatem analizy matematycznej przydatnej w praktyce informatycznej. Wprowadzane są wszystkie niezbędne pojęcia i na przykładach wskazywana jest ich rola w różnych przedmiotach informatycznych.

Wymagania wstępne

Ukończony kurs "Analizy matematycznej z zastosowaniami 1" dla informatyków.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna i rozumie pojęcia ciągów i szeregów funkcyjnych oraz ich rolę w informatyce.	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt, Raport
W2	zna i rozumie podstawy teorii szeregów potęgowych i Fouriera. Zna ich przykłady zastosowań w informatyce.	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt, Raport
W3	zna podstawy transformaty Fouriera, jej wersji dyskretnej i ich zastosowania w informatyce.	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Projekt, Raport
W4	zna podstawy rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych. Rozumie jego rolę w wielu działach informatyki.	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt, Raport
W5	zna i rozumie podstawy optymalizacji w zastosowaniach informatycznych.	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport
W6	zna i rozumie podstawy rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych i jego rolę w matematycznych podstawach informatyki.	INF_K3_W01	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt, Raport
W7	zna i rozumie podstawy teorii interpolacji i jej zastosowania w informatyce.	INF_K3_W01	Projekt, Raport
W8	zna i rozumie podstawy równań różniczkowych oraz ich metod numerycznych.	INF_K3_W01	Test, Projekt, Raport
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi zbadać zbieżności ciągów i szeregów funkcyjnych. Potrafi określić rolę aproksymacji w zagadnieniach informatyki, w tym aproksymacji wielomianowej.	INF_K3_U01_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport
U2	potrafi badać przybliżenia funkcji wielomianami i wielomianami trygonometrycznymi. Potrafi określić błąd przybliżenia.	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt, Raport
U3	potrafi operować transformatą Fouriera i dyskretną transformatą Fouriera w zagadnieniach informatyki.	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport
U4	potrafi wykonać obliczenia z zastosowaniem rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych. Potrafi wskazać jego zastosowania w informatyce.	INF_K3_U01_inz	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport
U5	potrafi zastosować rachunek różniczkowy w zagadnieniach optymalizacyjnych.	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt, Raport
U6	potrafi operować aparatem całkowym dla funkcji wielu zmiennych i wskazać jego zastosowania w informatyce.	INF_K3_U01_inz, INF_K3_U02	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Test, Projekt, Raport

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U7	potrafi operować podstawowymi metodami dyskretyzacji równań różniczkowych i metod numerycznych przydatnych przy ich rozwiązywaniu.	INF_K3_U01_inz	Projekt, Raport
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	jest gotów do analizy problemów informatycznych pod kątem doboru odpowiedniego aparatu matematycznego.	INF_K3_K01, INF_K3_K02	Egzamin pisemny, Test, Projekt, Raport

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Ciągi i szeregi funkcyjne. Pojęcie ciągu i szeregu funkcyjnego. Zbieżność punktowa. Zbieżność jednostajna ciągu i szeregu funkcyjnego. Przypomnienie informacji o metrykach. Metryki na zbiorach funkcji. Wybrane metody badania zbieżności. Kryterium Weierstrassa zbieżności jednostajnej szeregów. Twierdzenie o zmianie kolejności przejść granicznych. Ciągłość, różniczkowalność i całkowalność szeregów funkcyjnych.	W1, W2, U1, U2, K1	Wykład, Ćwiczenia
2.	Szeregi potęgowe i szeregi Taylora. Wzór Taylora. Klasa funkcji analitycznych. Promień zbieżności szeregu potęgowego, wzór Cauchy'ego-Hadamarda. Różniczkowanie szeregu potęgowego wyraz po wyrazie. Zachowanie się sumy szeregu potęgowego na końcach przedziału zbieżności (tw. Abela). Funkcje e^z , $\sin z$ i $\cos z$ argumentu zespolonego. Wzory Eulera.	W1, W2, U1, U2, K1	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
3.	Szeregi Fouriera i transformata Fouriera. Funkcje okresowe. Szereg trygonometryczny w postaci rzeczywistej i zespolonej. Wzory Eulera-Fouriera. Problem zbieżności szeregu trygonometrycznego. Szereg Fouriera funkcji ciągłej i całkowalnej. Różniczkowanie szeregu Fouriera. Iloczyn ortogonalny funkcji. Układy ortogonalne w informatyce. Własność minimum współczynników Fouriera. Nierówność Bessela i tożsamość Parsewala. Zbieżność szeregu Fouriera funkcji kawałkami różniczkowalnej. Transformata Fouriera (ciągła) i jej podstawowe własności. Podstawowe zastosowania transformaty Fouriera. Dyskretna transformata Fouriera. Szybka transformata Fouriera (FFT). Zastosowania do kompresji danych (np. MP3, JPEG).	W1, W2, W3, U1, U2, U3, K1	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
4.	Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych. Przykłady informatyczne. Długość wektora, norma. Odwzorowania liniowe. Różne metody reprezentowania funkcji wielu zmiennych. Ciągłość. Definicja pochodnej odwzorowania, elementarne własności. Pochodne cząstkowe i ich związek z pochodną odwzorowania, macierz Jacobiego i jakobian. Twierdzenie o różniczkowaniu funkcji złożonej, twierdzenie o wartości średniej. Reguła łańcuchowa, gradient i pochodna kierunkowa.	W4, W5, U4, U5, K1	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
5.	Podstawy matematyczne metod gradientowych w informatyce. Wybrane zastosowania gradientu w informatyce. Pochodne cząstkowe wyższych rzędów, twierdzenie Schwarza. Wzór Taylora dla funkcji wielu zmiennych, aproksymacja wielomianami Taylora. Ekstrema funkcji wielu zmiennych.	W4, W5, U4, U5, K1	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
6.	Ekstrema warunkowe i ich zastosowania w informatyce. Metoda mnożników Lagrange'a. Metody optymalizacyjne. Metody gradientowe i bezgradientowe.	W4, W5, U4, U5	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
7.	Interpolacja i jej zastosowania w informatyce. Przegląd podstawowych metod i algorytmów. Interpolacja wielomianowa i błąd interpolacyjny. Obliczanie wartości wielomianu interpolacyjnego w punkcie z wykorzystaniem uogólnionego algorytmu Hornera. Ilustracja, za pomocą wielomianu Wilkinsona, wrażliwości wyznaczania w arytmetyce zmiennopozycyjnej zer wielomianów wysokich stopni na zaburzenia współczynników. Interpolacja funkcjami sklejanymi przykładem zastosowania wielomianów niskich stopni. Całkowanie numeryczne.	W1, W5, W7, U2, K1	Wykład, Ćwiczenia w salach komputerowych
8.	Rachunek całkowy funkcji wielu zmiennych. Obszary normalne i regularne. Zbiory miary zero i całkowalność. Całki na prostokącie i kostce wielowymiarowej. Całka wielokrotna Riemanna i jej podstawowe własności. Zamiana całek wielokrotnych na iterowane. Całki wielokrotne w informatyce.	W6, U6, K1	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych
9.	Podstawy równań różniczkowych. Metody różnicowe równań różniczkowych. Metody numeryczne rozwiązywania równań różniczkowych.	W7, W8, U7, K1	Wykład, Ćwiczenia, Ćwiczenia w salach komputerowych

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Praca z tekstem
Ćwiczenia	Praca z tekstem, Metoda ćwiczeniowa
Ćwiczenia w salach komputerowych	Metoda analizy przypadków, Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda laboratoryjna, Praca w grupach

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Warunkiem przystąpienia do egzaminu jest uzyskanie zaliczenia z ćwiczeń i laboratoriów. Na końcową ocenę składa się wynik uzyskany na egzaminie pisemnym (min. 60%) i możliwe do uzyskania dodatkowe punkty za aktywność na zajęciach (raporty i testy, max. 40%). Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów, 3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów, 5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów
Ćwiczenia	Końcowa ocena składa się z następujących elementów: 1. kolokwium pisemne – 60%. 2. testy pisane podczas zajęć - 40% Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów, 3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów, 5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.
Ćwiczenia w salach komputerowych	Końcowa ocena składa się z następujących elementów: 2 testy (w oparciu o programy pisane w trakcie zajęć i w ramach prac domowych) (60%) i zadania wykonywane podczas zajęć w salach laboratoryjnych (40%). Skala ocen: 1. bardzo dobry (bdb; 5,0) – od 90% punktów, 2. dobry plus (db plus; 4,5) – od 80% punktów, 3. dobry (db; 4,0) – od 70% punktów, 4. dostateczny plus (dst plus; 3,5) – od 60% punktów, 5. dostateczny (dst; 3,0) – od 50% punktów, 6. niedostateczny (ndst; 2,0) – poniżej 50% punktów.

Literatura

Obowiązkowa

1. M. Oberguggenberger, A.Ostermann, "Analysis for Computer Scientists", Springer, London, 2011.
2. M. Mrozek, "Analiza matematyczna I. Notatki do wykładu matematyki komputerowej", UJ, Kraków, 2013.
3. A. Ralston, "Wstęp do analizy numerycznej", PWN, Warszawa, 1983.

Dodatkowa

1. D.B. Small, J.M. Hosnack, "Ćwiczenia z analizy matematycznej z zastosowaniem systemów obliczeń symbolicznych", WNT, Warszawa, 1995.
2. M. Moszyński, "Analiza matematyczna dla informatyków", UW, Warszawa, 2010.
3. A. Bjorck, G. Dahlquist, "Metody numeryczne", PWN, 1987.
4. R.L. Burden, J.D. Faires, "Numerical analysis", Brooks/Cole, Cengage Learning 2011.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
------------------------	---

Wykład	45
Ćwiczenia	30
Ćwiczenia w salach komputerowych	30
Przygotowanie do zajęć	20
Przygotowanie raportu	10
Przygotowanie projektu	10
Przygotowanie do egzaminu	15
Przygotowanie do zaliczenia	10
Czytanie wskazanej literatury	5
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 175
Liczba punktów ECTS	ECTS 7

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
INF_K3_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do precyzyjnego formułowania pytań służących pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezienia brakujących elementów rozumowania
INF_K3_K02	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do zasięgania opinii ekspertów przy rozwiązywaniu problemów teoretycznych i praktycznych
INF_K3_U01_inz	Absolwent/ka potrafi zastosować wiedzę matematyczną do formułowania, modelowania, analizowania i rozwiązywania prostych zadań związanych z informatyką
INF_K3_U02	Absolwent/ka potrafi pozyskiwać wiarygodne informacje z literatury, baz wiedzy, Internetu oraz innych źródeł, integrować je, interpretować oraz wyciągać wnioski i formułować opinie
INF_K3_W01	Absolwent/ka zna i rozumie zaawansowane pojęcia z działów matematyki służące do modelowania i rozwiązywania problemów w informatyce