UNIWERSYTET IM. ADAMA MICKIEWICZA W POZNANIU

Komputerowe rozwiązywanie problemów matematycznych

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka **Specjalność** - **Jednostka organizacyjna** Wydział Matematyki i Informatyki **Poziom studiów** studia pierwszego stopnia **Forma studiów** studia stacjonarne **Profil studiów** profil ogólnoakademicki	**Cykl dydaktyczny** 2025/26 **Kod zajęć** 06MATS.14.16780.25 **Języki wykładowe** polski **Obligatoryjność** Obowiązkowy **Blok zajęciowy** Przedmioty podstawowe

Koordynator zajęć	Bartosz Naskręcki, Jędrzej Garnek
Prowadzący zajęcia	Bartosz Naskręcki, Jędrzej Garnek

Okres	**Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia**	**Liczba punktów ECTS**
Semestr 3	• Konwersatorium: 15, Zaliczenie z oceną • Laboratorium: 30, Zaliczenie z oceną	4

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studentów z podstawami użycia metod numerycznych przy formułowaniu i rozwiązywaniu problemów matematycznych.
C2	Zapoznanie studentów z podstawami użycia metod symbolicznych przy formułowaniu i rozwiązywaniu problemów matematycznych.
C3	Zapoznanie z wybranymi metodami wizualizacji obiektów matematycznych.

Wymagania wstępne

Podstawowe umiejętności programowania w zakresie prezentowanym na przedmiocie Programowanie.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy – Student/ka:			
W1	zna zapis stałopozycyjny i zmiennopozycyjny oraz własności arytmetyki zmiennopozycyjnej.	MAT_K1_W07	Kolokwium pisemne
W2	zna metody iteracyjne rozwiązywania równań nieliniowych, takie jak metoda bisekcji i metoda stycznych, oraz zagadnienia interpolacji wielomianowej, w tym metodę Lagrange'a.	MAT_K1_W04, MAT_K1_W07	Kolokwium pisemne
W3	zna podstawowe metody całkowania numerycznego, w tym metodę prostokątów i trapezów.	MAT_K1_W04, MAT_K1_W07	Kolokwium pisemne
Umiejętności – Student/ka:			
U1	umie programować w wybranym systemie obliczeń symbolicznych i numerycznych, wykorzystując pętle, warunki, funkcje oraz różne typy zmiennych, a także stosować podstawowe rachunki symboliczne i numeryczne.	MAT_K1_U07	Projekt
U2	umie posługiwać się zapisem stałopozycyjnym i zmiennopozycyjnym, wykonywać działania na liczbach zmiennopozycyjnych oraz analizować własności arytmetyki zmiennopozycyjnej, zarówno w zadaniach teoretycznych, jak i obliczeniowych.	MAT_K1_U07	Projekt
U3	umie stosować metody iteracyjne rozwiązywania równań nieliniowych, takie jak metoda bisekcji i metoda stycznych, oraz rozwiązywać zagadnienia interpolacji wielomianowej, w tym za pomocą metody Lagrange'a, zarówno w zadaniach teoretycznych, jak i obliczeniowych.	MAT_K1_U03, MAT_K1_U07	Projekt
U4	umie zastosować metody całkowania numerycznego, takie jak metoda prostokątów i trapezów, oraz znajdować numeryczne rozwiązania prostych zadań związanych z rachunkiem różniczkowym i całkowym, zarówno w zadaniach teoretycznych, jak i obliczeniowych.	MAT_K1_U03, MAT_K1_U07, MAT_K1_U08	Projekt
U5	umie formułować i rozwiązywać problemy matematyczne, wykorzystując rachunki symboliczne w wybranym systemie obliczeń symbolicznych i numerycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U07, MAT_K1_U08	Projekt
U6	umie operować na równaniach rekurencyjnych i sumach symbolicznych, zarówno w zadaniach teoretycznych, jak i obliczeniowych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U07	Projekt
U7	umie przeprowadzić dowód tożsamości trygonometrycznych, zarówno tradycyjnie jak i za pomocą wybranego systemu obliczeń symbolicznych i numerycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U07	Projekt

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U8	potrafi wykonywać operacje na wielomianach, funkcjach wymiernych i strukturach algebraicznych w wybranym systemu obliczeń symbolicznych i numerycznych.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U07	Projekt
U9	umie stosować podstawy algebry liniowej w wybranym systemie obliczeń symbolicznych i numerycznych, wykonywać operacje na macierzach, wyznacznikach oraz przestrzeniach liniowych, a także wizualizować wybrane pojęcia algebry liniowej.	MAT_K1_U04, MAT_K1_U07	Projekt
U10	umie stosować metody wizualizacji danych za pomocą wybranego systemu obliczeń symbolicznych i numerycznych, zarówno dla ciągłych, jak i dyskretnych zbiorów danych, a także generować proste automaty komórkowe, L-systemy i fraktale.	MAT_K1_U07, MAT_K1_U08	Projekt
Kompetencji społecznych – Student/ka:			
K1	jest gotów/gotowa do dyskusji i krytycznej analizy zagadnień związanych z formułowaniem i rozwiązywaniem hipotez badawczych.	MAT_K1_K01	Projekt

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Podstawy programowania w wybranym systemie obliczeń symbolicznych i numerycznych. Pętle, warunki, funkcje, typy zmiennych, podstawy rachunków symbolicznych i numerycznych.	U1	Konwersatorium, Laboratorium
2.	Zapis stałopozycyjny i zmiennopozycyjny. Działania na liczbach zmiennopozycyjnych. Własności arytmetyki zmiennopozycyjnej.	W1, U2	Konwersatorium, Laboratorium
3.	Metody iteracyjne rozwiązywania równań nieliniowych, przykładowo metoda bisekcji i stycznych. Zagadnienia interpolacji wielomianowej, w tym metoda Lagrange’a.	W2, U3, K1	Konwersatorium, Laboratorium
4.	Wprowadzenie do całkowania numerycznego, w tym do metody prostokątów i trapezów. Znajdowanie numerycznych rozwiązań prostych zadań związanych z rachunkiem różniczkowym i całkowym. Przykłady praktycznych zastosowań.	W3, U4, K1	Konwersatorium, Laboratorium
5.	Rozwiązywanie prostych problemów z wykorzystaniem rachunków symbolicznych. Obliczanie rozwiązań równań rekurencyjnych, sum symbolicznych, symboliczne dowodzenie tożsamości trygonometrycznych. Operacje na wielomianach, funkcjach wymiernych i strukturach algebraicznych.	U5, U6, U7, U8, K1	Konwersatorium, Laboratorium
6.	Podstawy algebry liniowej w wybranym systemie obliczeń symbolicznych i numerycznych. Operacje na macierzach, wyznacznikach, przestrzeniach liniowych. Wizualizacja wybranych pojęć algebry liniowej.	U9, K1	Konwersatorium, Laboratorium

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
7.	Przegląd metod wizualizacji danych za pomocą wybranego systemu obliczeń symbolicznych i numerycznych. Ilustracja na przykładzie ciągłych i dyskretnych zbiorów danych. Metody generowania prostych automatów komórkowych, L-systemów i fraktali.	U10, K1	Konwersatorium, Laboratorium

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Konwersatorium	Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Metoda badawcza (dociekania naukowego)
Laboratorium	Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda ćwiczeniowa, Metoda laboratoryjna, Metoda aktywizująca - "burza mózgów", Praca w grupach, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych, Rozwiązywanie zadań praktycznych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Konwersatorium	Aby zaliczyć konwersatorium, należy zaliczyć laboratoria oraz uzyskać przynajmniej 60% punktów. Punkty przyznawane są za dwa kolokwia oraz za aktywność. Skala ocen: • od 60% dst (3), • od 75% dst+ (3.5), • od 80% db (4), • od 85% db+ (4.5), • od 90% bdb (5).
Laboratorium	Na zajęciach można zdobyć punkty za zadania domowe oraz za aktywność. Skala ocen: • od 60% dst (3), • od 75% dst+ (3.5), • od 80% db (4), • od 85% db+ (4.5), • od 90% bdb (5).

Wykorzystanie narzędzi SI na zajęciach

Konwersatorium

1. Metody i formy prowadzenia zajęć	
Wykład konwersatoryjny	
Wykład problemowy	
Uczenie problemowe (Problem-based learning)	
Metoda badawcza (dociekania naukowego)	
2. Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć	
Kolokwium pisemne	
Zasady wykorzystania narzędzi SI na zajęciach:	

Laboratorium

1. Metody i formy prowadzenia zajęć	
Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych)	
Metoda ćwiczeniowa	
Metoda laboratoryjna	
Metoda aktywizująca - "burza mózgów"	
Praca w grupach	
Rozwiązywanie zadań obliczeniowych	
Rozwiązywanie zadań praktycznych	
2. Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć	
Projekt	
Zasady wykorzystania narzędzi SI na zajęciach:	

Literatura

Obowiązkowa

1. "Computational Mathematics with SageMath" – praca autorstwa Paula Zimmermanna i współautorów, wprowadzająca w zastosowanie oprogramowania SageMath do rozwiązywania problemów matematycznych. Free license CC-BY-SA: Creative Commons, Attribution-ShareAlike 4.0 International xiv + 464 pages, December 2018 Available as SIAM book or pdf (http://dl.lateralis.org/public/sagebook/sagebook-ba6596d.pdf)
2. von zur Gathen J, Gerhard J. Modern Computer Algebra. 3rd ed. Cambridge University Press; 2013.
3. "The Art of Computer Programming" – klasyczne dzieło Donalda Knutha, które omawia fundamentalne algorytmy i struktury danych, stanowiące podstawę efektywnego programowania. https://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/taocp.html

Dodatkowa

1. Strony internetowe: Python.org – oficjalna strona języka Python, zawierająca dokumentację i zasoby edukacyjne. SymPy.org – strona projektu SymPy, oferującego bibliotekę do obliczeń symbolicznych w Pythonie. SageMath.org – oficjalna strona oprogramowania SageMath, integrującego różne narzędzia matematyczne

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	**Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć**
Konwersatorium	15
Laboratorium	30
Przygotowanie do zaliczenia	25
Przygotowanie do zajęć	25
Przygotowanie projektu	25
Łączny nakład pracy studenta	**Liczba godzin** 120

Liczba punktów ECTS	ECTS 4

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_K01	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do uznania ograniczenia własnej wiedzy i umiejętności i zrozumienia potrzeby dalszego kształcenia, w tym do samodzielnego stawiania pytań, wyszukiwania informacji i ich krytycznej analizy
MAT_K1_U03	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem analizy matematycznej oraz stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U04	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem algebry liniowej oraz abstrakcyjnej i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_U07	Absolwent/ka potrafi wykorzystywać narzędzia informatyczne wspomagające pracę matematyka do rozwiązywania problemów pochodzących z różnych obszarów wiedzy, w tym napisać i uruchomić program komputerowy w wybranym środowisku programistycznym
MAT_K1_U08	Absolwent/ka potrafi rozpoznawać i rozwiązywać problemy, w tym zagadnienia praktyczne, które można rozstrzygnąć z użyciem narzędzi matematycznych
MAT_K1_W04	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, reguły i twierdzenia analizy matematycznej oraz podstawy teorii równań różniczkowych
MAT_K1_W07	Absolwent/ka zna i rozumie narzędzia wspomagające pracę matematyka, w tym podstawy programowania i wybrane oprogramowanie komputerowe wspierające obliczenia matematyczne