



UNIwersYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Łancuchy Markowa

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka		Cykl dydaktyczny 2025/26
Specjalność -		Kod zajęć 06MATS.1800000PW.16809.25
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski
Poziom studiów studia pierwszego stopnia		Obligatoryjność Fakultatywny
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty do wyboru
Profil studiów profil ogólnoakademicki		
Koordynator zajęć	Artur Michalak	
Prowadzący zajęcia	Artur Michalak	
Okres Przedmioty do wyboru - semestr letni	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia • Wykład: 30, Egzamin • Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 5

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Ugruntowanie umiejętności posługiwania się pojęciem prawdopodobieństwa warunkowego.
C2	Zapoznanie studentów z warunkiem Markowa i jego konsekwencjami.
C3	Zapoznanie studentów ze standardowymi przykładami łańcuchów Markowa.
C4	Zapoznanie studentów z wzorami Chapmana-Kołmogorowa.
C5	Przekazanie wiedzy o jednorodnych łańcuchach Markowa.
C6	Zapoznanie studentów z klasyfikacją stanów w łańcuchach Markowa.
C7	Przedstawienie kilku zastosowań łańcuchów Markowa do modelowania zjawisk biologicznych i społecznych.

Wymagania wstępne

Znajomość podstaw rachunku prawdopodobieństwa

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	zna twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym.	MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W2	zna warunek Markowa.	MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W3	zna przykłady procesów Markowa.	MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W4	zna klasyfikację stanów w łańcuchach Markowa.	MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W5	wie co to jednorodny łańcuch Markowa.	MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
W6	zna twierdzenia ergodyczne dla łańcuchów Markowa.	MAT_K1_W06	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi zbudować i operować macierzą przejścia dla jednorodnego łańcucha Markowa.	MAT_K1_U06	Kolokwium pisemne

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Prawdopodobieństwo warunkowe.	W1	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
2.	Warunek Markowa. Przykłady łańcuchów Markowa.	W2, W3	Wykład, Ćwiczenia
3.	Mocna własność Markowa.	W2	Wykład, Ćwiczenia
4.	Wzory Chapmana-Kołmogorowa	U1	Wykład, Ćwiczenia
5.	Jednorodne łańcuchy Markowa	W5	Wykład, Ćwiczenia
6.	Stopowanie jednorodnych łańcuchów Markowa.	W5	Wykład, Ćwiczenia
7.	Klasyfikacja stanów. Wzór Doeblina.	W4	Wykład, Ćwiczenia
8.	Zagadnienie powracania.	W4, W5	Wykład, Ćwiczenia
9.	Pochłaniające łańcuchy Markowa.	W4, U1	Wykład, Ćwiczenia
10.	Zagadnienie ruiny gracza, błędzenie losowe z dwoma ekranami pochłaniającymi.	W3, U1	Wykład, Ćwiczenia
11.	Rozkłady stacjonarne.	W6, U1	Wykład, Ćwiczenia
12.	Twierdzenia ergodyczne dla łańcuchów Markowa.	W6	Wykład
13.	Zastosowania łańcuchów Markowa poza matematyką.	W3, U1	Wykład, Ćwiczenia

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Zaliczenie ćwiczeń jest konieczne do przystąpienia do egzaminu. Egzamin pisemny. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Ćwiczenia	Kolokwium pisemne. Skala ocen jest następująca: • bardzo dobry (bdb; 5,0) - powyżej 90% punktów • dobry plus (+db; 4,5) - powyżej 80% punktów • dobry (db; 4,0) - powyżej 70% punktów • dostateczny plus (+dst; 3,5) - powyżej 60% punktów • dostateczny (dst; 3,0) - powyżej 50% punktów • niedostateczny (ndst; 2,0) - 50% punktów lub mniej

Literatura

Obowiązkowa

1. Iosifescu M., Skończone procesy Markowa i ich zastosowania, PWN, Warszawa 1988.

Dodatkowa

1. Billingsley P., Prawdopodobieństwo i miara, PWN, Warszawa 1987.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	30
Przygotowanie do egzaminu	30
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 5

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K1_U06	Absolwent/ka potrafi posługiwać się pojęciami i twierdzeniami rachunku prawdopodobieństwa, statystyki matematycznej oraz matematyki dyskretnej i stosować je w różnych działach matematyki i innych obszarach wiedzy
MAT_K1_W06	Absolwent/ka zna i rozumie podstawowe pojęcia, metody i twierdzenia rachunku prawdopodobieństwa, matematyki dyskretnej i statystyki matematycznej