



UNIWERSYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Algebra

Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Nauczanie matematyki i informatyki		Cykl dydaktyczny 2025/26	
Specjalność -		Kod zajęć 06NMIS.21K.00300.25	
Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki		Języki wykładowe polski	
Poziom studiów studia drugiego stopnia		Obligatoryjność Obowiązkowy	
Forma studiów studia stacjonarne		Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe	
Profil studiów profil ogólnoakademicki			
Koordynator zajęć	Maciej Radziejewski		
Prowadzący zajęcia	Maciej Radziejewski		
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Egzamin - Ćwiczenia: 30, Zaliczenie z oceną		Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studenta z podstawowymi pojęciami, metodami i twierdzeniami algebry w zakresie teorii wielomianów i własności liczb algebraicznych, zwłaszcza tymi, które są w jakiś sposób odzwierciedlone w programie szkolnym.

Wymagania wstępne

Wiedomości podstawowe (zbiory, funkcje, działania na funkcjach, zasada indukcji, zapis sum i iloczynów, podstawowe wiadomości z kombinatoryki) oraz znajomość materiału z kursów "Wstęp do Algebry i Teorii Liczb" i "Algebra Liniowa".

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	rozumie pojęcia i zna własności wielomianów i funkcji wymiernych	NMI_K2_W01, NMI_K2_W02, NMI_K2_W03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
W2	zna pojęcie i własności liczb algebraicznych	NMI_K2_W01, NMI_K2_W02, NMI_K2_W03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
W3	posiada dogłębne zrozumienie zagadnień algebry, których najprostsze wersje są objęte programem szkolnym	NMI_K2_W01, NMI_K2_W02, NMI_K2_W03, NMI_K2_W12	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
Umiejętności - Student/ka:			
U1	potrafi rozwiązywać niektóre równania wielomianowe i szacować liczbę rozwiązań	NMI_K2_U01, NMI_K2_U02, NMI_K2_U03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
U2	potrafi przeprowadzać logiczne rozumowania dotyczące podzielności wielomianów i własności liczb algebraicznych	NMI_K2_U01, NMI_K2_U02, NMI_K2_U03	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
U3	potrafi, pracując indywidualnie lub w grupie, układać zadania na tematy w zakresie treści wykładu	NMI_K2_U01, NMI_K2_U02, NMI_K2_U03, NMI_K2_U13	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt
U4	potrafi usuwać niektóre niewymierności wyższych stopni z mianownika ułamka	NMI_K2_U01, NMI_K2_U03, NMI_K2_U08	Egzamin pisemny, Kolokwium pisemne, Projekt

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Podstawowe zagadnienia dotyczące wielomianów o współczynnikach z ciała algebraicznego: ciało, ciało liczbowe, wielomian, współczynniki, stopień, współczynnik przy najwyższej potęgde, funkcja wielomianowa, suma i iloczyn wielomianów, stopień sumy i iloczynu; pierścień $K[x]$ — definicja, brak dzielników zera, prawo skracania, podzielność i jej podstawowe własności, relacja stowarzyszenia i wielomiany unormowane; złożenie wielomianów i jego stopień; twierdzenie o liczbie różnych pierwiastków wielomianu o współczynnikach z ciała, twierdzenie o jednoznacznej określoności wielomianu stopnia nie większego niż n przez wyznaczenie wartości funkcji wielomianowej w $n+1$ punktach, wniosek dla ciał nieskończonych, pochodna i jej własności.	W1, W3, U1, U3	Wykład, Ćwiczenia

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
2.	Arytmetyka $K[x]$: dzielenie z resztą, twierdzenie Bézouta, NWD i NWW dwóch wielomianów; algorytm Euklidesa, własności NWD i NWW; wielomiany nierozkładalne i ich własności, jednoznaczność rozkładu.	W1, W3, U1, U2, U3, U4	Wykład, Ćwiczenia
3.	Pierwiastki wielomianu: pojęcie pierwiastka, pierwiastki wielokrotne, twierdzenie o sumie krotności pierwiastków wielomianu stopnia n , zmniejszanie krotności przy różniczkowaniu, usuwanie pierwiastków wielokrotnych i wykorzystanie ich w rozwiązywaniu równań, rozwiązywanie równań symetrycznych.	W1, W3, U1, U3	Wykład, Ćwiczenia
4.	Funkcje wymierne: pojęcie funkcji wymiernej i jej wartości, jednoznaczność przedstawienia funkcji wymiernej w postaci ułamka nieskracalnego, ciało $K(x)$, liczba miejsc zerowych funkcji wymiernej o liczniku stopnia n , jednoznaczność określenia funkcji wymiernej przez wyznaczenie wartości w nieskończenie wielu punktach, rozkład na ułamki proste (istnienie i jednoznaczność).	W1, W3, U1, U2	Wykład, Ćwiczenia
5.	Zasadnicze twierdzenie algebry: sformułowanie, dowód, wnioski.	W1, W2, U1, U2, U3	Wykład, Ćwiczenia
6.	Własności wielomianów rzeczywistych: pierwiastki sprzężone, wielomiany nierozkładalne, równania stopnia 2, 3 i 4, tw. Sturma.	W1, U1, U3	Wykład, Ćwiczenia
7.	Wielomiany o współczynnikach wymiernych: pierwiastki wymierne, twierdzenie Gaussa, wielomiany pierwotne i zawartość, kryterium Eisensteina.	W1, W3, U1, U2, U3	Wykład, Ćwiczenia
8.	Liczby algebraiczne: wielomian minimalny i stopień liczby algebraicznej, rozszerzenia pojedyncze ciała liczb wymiernych, baza potęgowa, usuwanie niewymierności z mianownika; informacje o ciele liczb algebraicznych i o liczbach przestępnych.	W1, W2, W3, U1, U2, U3, U4	Wykład, Ćwiczenia
9.	Wielomiany i funkcje wymierne wielu zmiennych: przegląd własności.	W1, W3, U2	Wykład

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład konwersatoryjny, Wykład problemowy
Ćwiczenia	Metoda ćwiczeniowa, Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Ocena z wykładu będzie wystawiana na podstawie sumy punktów za egzamin pisemny i projekt, wg. skali 90% — 5,0; 80% — 4,5; 70% — 4,0; 60% — 3,5; 50% — 3,0; poniżej 50% punktów — niedostateczny; Udział w egzaminie wymaga uprzedniego uzyskania z ćwiczeń oceny 3,0 lub wyższej. Projekt będzie realizowany w grupach po 2-3 osoby i będzie polegał na ułożeniu zadań mających zweryfikować umiejętności nabyte na kursie.
Ćwiczenia	Ocena z ćwiczeń będzie wystawiana na podstawie sumy punktów za kolokwia, wg. skali 90% — 5,0; 80% — 4,5; 70% — 4,0; 60% — 3,5; 50% — 3,0; poniżej 50% punktów — niedostateczny; W trakcie ćwiczeń będzie możliwość zdobycia ocen za odpowiedzi ustne przy tablicy. Oceny takie mogą zastąpić punkty za odpowiednie zadania na kolokwium.

Literatura

Obowiązkowa

1. A. Mostowski, A. Stark, Elementy algebry wyższej, wyd. siódme, PWN, 1974.

Dodatkowa

1. J. Rutkowski, Algebra abstrakcyjna w zadaniach, PWN, 2000.

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Ćwiczenia	30
Przygotowanie do zajęć	30
Czytanie wskazanej literatury	20
Przygotowanie projektu	10
Przygotowanie do zaliczenia	30
Przygotowanie do egzaminu	30
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 180
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
NMI_K2_U01	Absolwent/ka potrafi biegle posługiwać się aparatem pojęciowym głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki,
NMI_K2_U02	Absolwent/ka potrafi dowodzić i wykorzystywać twierdzenia wybranych działów matematyki, w szczególności analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki; stosować je w innych działach matematyki i w informatyce,
NMI_K2_U03	Absolwent/ka potrafi przeprowadzać złożone rozumowania matematyczne; dowodzić twierdzenia, weryfikować hipotezy drogą doboru odpowiednich przykładów i kontrprzykładów,
NMI_K2_U08	Absolwent/ka potrafi rozwiązywać zadania matematyczne i informatyczne, w tym zadania maturalne na poziomie podstawowym i rozszerzonym; przygotować uczniów do egzaminu maturalnego z matematyki i informatyki,
NMI_K2_U13	Absolwent/ka potrafi pracować w zespołach, pełnić w nich różne role, współpracować z osobami tworzącymi społeczność szkolną i lokalną,
NMI_K2_W01	Absolwent/ka zna i rozumie zaawansowane pojęcia głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki,
NMI_K2_W02	Absolwent/ka zna i rozumie twierdzenia głównych działów matematyki, w szczególności: analizy matematycznej, algebry, logiki, teorii grafów, równań różniczkowych, statystyki; zna ich znaczenie i zastosowanie w poznanych działach matematyki i innych dziedzinach wiedzy,
NMI_K2_W03	Absolwent/ka zna i rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, zasady poprawnego prowadzenia rozumowań matematycznych oraz zaawansowane techniki dowodzenia,
NMI_K2_W12	Absolwent/ka zna i rozumie treści nauczania i typowe trudności uczniowskie związane z ich opanowaniem; sposoby wprowadzania oraz kształtowania pojęć z zakresu matematyki i informatyki ; metody i strategie rozwiązywania zadań z zakresu matematyki i informatyki szkolnej.