



UNIWERSYTET
IM. ADAMA MICKIEWICZA
W POZNANIU

Obliczenia matematyczne wspierane komputerowo Sylabus zajęć

Informacje podstawowe

Kierunek studiów Matematyka Specjalność Matematyka teoretyczna Jednostka organizacyjna Wydział Matematyki i Informatyki Poziom studiów studia drugiego stopnia Forma studiów studia stacjonarne Profil studiów profil ogólnoakademicki		Cykl dydaktyczny 2025/26 Kod zajęć 06MATTEOS.21K.03614.25 Języki wykładowe polski Obligatoryjność Obowiązkowy Blok zajęciowy Przedmioty kierunkowe
Koordynator zajęć	Bartosz Naskręcki	
Prowadzący zajęcia	Bartosz Naskręcki	
Okres Semestr 1	Forma zajęć / liczba godzin / forma zaliczenia - Wykład: 30, Zaliczenie z oceną - Laboratorium: 30, Zaliczenie z oceną	Liczba punktów ECTS 6

Cele kształcenia dla zajęć

Kod	Cel
C1	Zapoznanie studentów z podstawami użycia metod symbolicznych przy formułowaniu i rozwiązywaniu problemów matematycznych.
C2	Wykorzystanie metod symbolicznych do rozwiązywania problemów związanych z wielomianami, sumowaniem symbolicznym i rekurencją.
C3	Wykorzystanie metod symbolicznych do rozwiązywania problemów geometrycznych.
C4	Zapoznanie z wybranymi metodami wizualizacji obiektów matematycznych.
C5	Zapoznanie z wybranymi metodami symbolicznymi i numerycznymi rozwiązywania równań różniczkowych.
C6	Zapoznanie z wybranymi metodami numerycznymi w kombinatoryce, rachunku prawdopodobieństwa i algebrze.

Efekty uczenia się dla zajęć

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
Wiedzy - Student/ka:			
W1	Zna metody rozwiązywania niektórych równań stopnia wyższego niż 4 i potrafi wskazać metodę znajdowania pierwiastków równania z parametrem.	MAT_K2_W04	Wypowiedź ustna, Praca pisemna
Umiejętności - Student/ka:			
U1	Umie napisać prosty program w języku Python wykorzystujący pętle, funkcje oraz inne podstawowe narzędzia w celu rozwiązania problemu symbolicznego. Obsługuje podstawowe funkcjonalności w SageMath oraz umie pisać programy w notatnikach Jupyter.	MAT_K2_U09	Projekt, Prezentacja multimedialna, Wypowiedź ustna, Praca pisemna
U2	Potrafi sformułować symboliczny zapis zadania matematycznego i przeprowadzić jego zautomatyzowane rozwiązanie wspierane pakietem symbolicznym w Pythonie. Umie wykorzystać zaimplementowane w Python i SageMath funkcje do rozwiązywania problemów symbolicznych.	MAT_K2_U05	Projekt, Prezentacja multimedialna, Praca pisemna
U3	Potrafi wykorzystać rachunek symboliczny do rozwiązania równań rekurencyjnych. Stosuje rachunek symboliczny do dyskusji rozwiązań zadań z parametrem. Umie zastosować podstawowe metody wizualizacji problemu symbolicznego.	MAT_K2_U02, MAT_K2_U03, MAT_K2_U06	Wypowiedź ustna, Praca pisemna
U4	Znajduje rozwiązania symboliczne i numeryczne wielomianów niskich stopni.	MAT_K2_U08	Wypowiedź ustna, Praca pisemna
U5	Potrafi zakodować problem z geometrii jako zagadnienie algebraiczne i rozwiązać je z wykorzystaniem Pythona. Stosuje metody rozwiązywania dużych układów równań wielomianowych wielu zmiennych: podstawy teorii baz Groebnera.	MAT_K2_U03, MAT_K2_U08, MAT_K2_U09	Projekt, Prezentacja multimedialna, Praca pisemna

Kod	Efekty uczenia się dla zajęć w zakresie	Efekty uczenia się dla kierunku	Metody weryfikacji osiągnięcia efektów uczenia się dla zajęć
U6	Potrafi wskazać metodę rozwiązywania dokładnego wybranych układów równań różniczkowych zwyczajnych. Stosuje metody numeryczne do rozwiązywania wybranych równań różniczkowych motywowanych zastosowaniami. Umie stosować metody pudełkowe (compartment models) do symulacji przebiegu zjawisk, np. epidemii.	MAT_K2_U06, MAT_K2_U07, MAT_K2_U09	Projekt, Prezentacja multimedialna, Praca pisemna
U7	Potrafi wygenerować próbkę danych metodą Monte Carlo z wykorzystaniem łańcuchów Markowa. Wykorzystuje próbki do całkowania numerycznego i generowania zbiorów danych o pożądanym rozkładzie. Potrafi sprawdzać wybrane własności łańcucha Markowa oraz skonstruować łańcuch na bazie danych pobranych z różnych źródeł.	MAT_K2_U06, MAT_K2_U09	Projekt, Prezentacja multimedialna, Praca pisemna
U8	Zna i wykorzystuje różnorodne typy wykresów w bibliotekach Pythona i SageMath. Potrafi zobrazować zbiór danych w sposób dynamiczny (animacja) i zna sposoby modyfikacji, łączenia oraz animowania wykresów danych.	MAT_K2_U03	Projekt, Prezentacja multimedialna, Praca pisemna
U9	Potrafi przygotować prezentację dotyczącą wybranego zagadnienia matematycznego.	MAT_K2_U01, MAT_K2_U03, MAT_K2_U04, MAT_K2_U05, MAT_K2_U09	Prezentacja multimedialna
Kompetencji społecznych - Student/ka:			
K1	jest gotów/gotowa do dyskusji i krytycznej analizy zagadnień związanych z formułowaniem i rozwiązywaniem hipotez badawczych.	MAT_K2_K02, MAT_K2_K03, MAT_K2_K07	Projekt, Prezentacja multimedialna

Treści programowe dla zajęć

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
1.	Podstawy programowania w języku Python. Pętle, funkcje, podstawy rachunków symbolicznych z wykorzystaniem SageMath i SymPy.	U1	Wykład, Laboratorium
2.	Rozwiązywanie prostych problemów z wykorzystaniem rachunków symbolicznych. Formułowanie problemów matematycznych jako zagadnień do rozwiązania dla automatycznego solvera SageMath.	U2	Wykład, Laboratorium
3.	Znajdowanie rozwiązań równań rekurencyjnych, sum symbolicznych i parametrów funkcji z wykorzystaniem rachunków symbolicznych w SageMath i Python. Podstawy wykresów funkcji symbolicznych.	U3	Wykład, Laboratorium
4.	Rozwiązywanie równań wielomianowych stopnia dwa, trzy i cztery oraz dyskusja metod symbolicznych i numerycznych rozwiązywania równań wielomianowych wyższych stopni. Symboliczne rozwiązywanie równań wielomianowych z parametrami.	W1, U4	Wykład, Laboratorium

Lp.	Treści programowe dla zajęć	Efekty uczenia się dla zajęć	Formy zajęć
5.	Formułowanie problemów z geometrii jako zagadnień algebraicznych i rozwiązywanie ich metodami baz Groebnera. Znajdowanie warunków degeneracji wraz z dyskusją algebraicznych metod upraszczania problemu.	U5	Wykład, Laboratorium
6.	Rozwiązywanie numerycznych prostych układów równań różniczkowych zwyczajnych z zastosowaniem do równań ruchu w zadanym polu wektorowym, równań dynamiki oraz modelowania epidemii z wykorzystaniem modelu pudełkowego.	U6	Wykład, Laboratorium
7.	Wprowadzenie do łańcuchów Markowa i metody Monte Carlo. Całkowanie numeryczne za pomocą spacerów losowych i generowanie sztucznych języków z analizy tekstów.	U7	Wykład, Laboratorium
8.	Przegląd metod wizualizacji danych za pomocą Pythona i SageMath. Ilustracja na przykładzie ciągłych i dyskretnych zbiorów danych. Animacje dużych zbiorów danych i specjalistyczne typy wykresów.	U8, U9, K1	Wykład, Laboratorium

Informacje dodatkowe

Forma zajęć	Metody i formy prowadzenia zajęć
Wykład	Wykład z prezentacją multimedialną wybranych zagadnień, Metoda analizy przypadków, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda projektu
Laboratorium	Dyskusja, Praca z tekstem, Uczenie problemowe (Problem-based learning), Rozwiązywanie zadań (np.: obliczeniowych, artystycznych, praktycznych), Metoda laboratoryjna, Metoda projektu, Metoda aktywizująca - "burza mózgów", Rozwiązywanie zadań obliczeniowych

Forma zajęć	Warunki zaliczenia zajęć
Wykład	Wykłady zakończą się ewaluacją indywidualnych projektów wartą 100 pkt (100%). Skala ocen: 60% dst (3), 75% dst+ (3.5), 80% db (4), 85% db+ (4.5), 90% bdb (5). Aby zbierać maksymalną liczbę punktów należy podjąć następujące czynności: Złożyć projekt (do 100 pkt.) Zaliczyć ćwiczenia z oceną pozytywną.
Laboratorium	W ramach laboratoriów można uzyskać do 120 pkt (120 %). Skala ocen: 60% dst (3), 75% dst+ (3.5), 80% db (4), 85% db+ (4.5), 90% bdb (5). W celu uzyskania maksimum dostępnych punktów należy wykonać następujące zadania: Mini-prezentacja (do 50 pkt.) Zadania domowe (do 50 pkt.): pięć zadań domowych, każde warte do 10 pkt. Wyzwania i aktywność na zajęciach: do 20 pkt.

Literatura

Obowiązkowa

1. www.python.org
2. www.sympy.org
3. www.sagemath.org

Dodatkowa

1. Donald Knuth, The art of programming
2. Martin H. Weissman, An illustrated theory of numbers
3. Zimmermann et al. Computational Mathematics with SageMath

Nakład pracy studenta i punkty ECTS

Rodzaje zajęć studenta	Średnia liczba godzin* przeznaczonych na zrealizowane rodzaje zajęć
Wykład	30
Laboratorium	30
Przygotowanie projektu	50
Przygotowanie do zajęć	40
Łączny nakład pracy studenta	Liczba godzin 150
Liczba punktów ECTS	ECTS 6

* godzina (lekcyjna) oznacza 45 minut

Efekty uczenia się dla kierunku

Kod	Treść
MAT_K2_K02	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do formułowania adekwatnych pytań służących zrozumieniu danego tematu i identyfikacji brakujących elementów rozumowania
MAT_K2_K03	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do samodzielnego wyszukiwania informacji w literaturze i bazach danych, także w językach obcych
MAT_K2_K07	Absolwent/ka jest gotów/gotowa do zrozumienia społecznych aspektów praktycznego stosowania zdobytej wiedzy i umiejętności matematycznych oraz związanej z tym odpowiedzialności
MAT_K2_U01	Absolwent/ka potrafi wyrażać treści matematycznych w mowie i piśmie, w opracowaniach o różnym charakterze, dostosowując precyzję sformułowań i języka do poziomu i potrzeb odbiorcy opracowania
MAT_K2_U02	Absolwent/ka potrafi przeprowadzać rozumowania matematyczne, dowodzenie twierdzeń, jak i weryfikację hipotez drogą doboru odpowiednich przykładów
MAT_K2_U03	Absolwent/ka potrafi zrozumiale przedstawić osiągnięcia matematyki i omówić jej różnorodne zastosowania
MAT_K2_U04	Absolwent/ka potrafi określić swoje zainteresowania matematyczne, posiada umiejętności samodzielnego poszerzania wiedzy matematycznej
MAT_K2_U05	Absolwent/ka potrafi analizować nowe zagadnienia, korzystać z literatury matematycznej, baz danych i innych źródeł oraz dokonać krytycznej ich oceny
MAT_K2_U06	Absolwent/ka potrafi odnosić pojęcia matematyczne do niematematycznych kontekstów, w analizowanych problemach potrafi dostrzec i wykorzystać struktury formalne opisywane w wybranych działach matematyki
MAT_K2_U07	Absolwent/ka potrafi posługiwać się narzędziami i aparatem analizy matematycznej oraz zna jej znaczenie i zastosowanie w poznanych działach matematyki
MAT_K2_U08	Absolwent/ka potrafi rozpoznawać podstawowe struktury algebraiczne i ich własności oraz potrafi wykorzystać działania i przekształcenia algebraiczne w innych działach matematyki
MAT_K2_U09	Absolwent/ka potrafi posługiwać się zaawansowanymi metodami i narzędziami przynajmniej z jednej dziedziny matematyki
MAT_K2_W04	Absolwent/ka zna i rozumie specjalistyczne zagadnienia z wybranej dziedziny matematyki